

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO  
DEP – CTE<sub>x</sub>

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA



FÍSICA

1.º ANO

1980 / 1981

COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

1980/81

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA DE FÍSICA

1. NÃO ASSINE A PROVA.
2. Utilize a caneta esferográfica fornecida pelo Grupo de Aplicação e Fiscalização. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas a lápis preto. Não use lápis de outras cores.
3. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente para a solução da mesma, portanto, não será considerada resolução fora do local especificamente designado.
4. Não será fornecido material suplementar. A prova fornecida contém 5 (cinco) folhas de papel para rascunho, o qual poderá ser feito também no verso das folhas de questões. Note-se, no entanto, que o rascunho não será levado em conta para efeito de correção.
5. A interpretação das questões faz parte da resolução. São vedadas perguntas ao Grupo de Aplicação e Fiscalização.
6. A prova está sob a forma de caderno. Não é permitido destacar suas folhas. Ao entregar a prova devolva todo o material recebido.
7. Esta prova contém, além da capa e da presente folha de instruções, 11 (onze) folhas numeradas de 1 (um) a 11 (onze).
8. O tempo para a solução desta prova é 3 (três) horas.
9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier. Seja sucinto, evitando divagações.

B O A S O R T E

*D. Sampaio  
bet.*1<sup>a</sup> QUESTÃO

VALOR: 1,0

Calcule a temperatura final da mistura de 100ℓ de água a 15°C com 50ℓ de água a 60°C, mais 75ℓ de álcool a 20°C. A densidade do álcool é 0,8 e o calor específico médio é 0,58 kcal/kg°C.

SOLUÇÃO

$$\theta_e = \frac{C_1\theta_1 + C_2\theta_2 + C_3\theta_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$\theta_e = \frac{100000 \cdot 1 \cdot 15 + 50000 \cdot 1 \cdot 60 + 0,8 \cdot 75000 \cdot 0,58 \cdot 20}{100000 + 50000 + 0,8 \cdot 75000 \cdot 0,58}$$

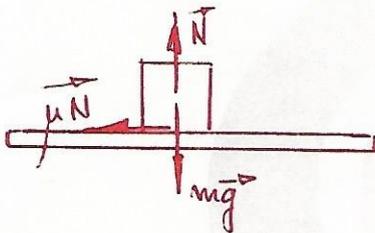
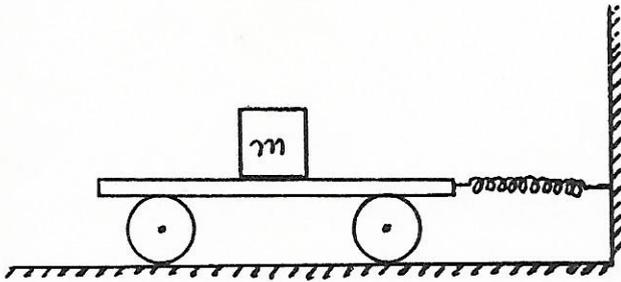
$$\theta_e = \frac{1500 + 3000 + 696}{150 + 34,8}$$

$$\theta_e = \frac{5196}{184,8} \Rightarrow$$

$$\theta_e = 28^\circ\text{C}$$

Uma plataforma oscila horizontalmente, com uma frequência de 1,0Hz, tendo sobre ela um bloco de massa  $m$ .

Determine a amplitude máxima que pode ter a oscilação da plataforma, para que o bloco mova-se com ela, sem deslizar. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é 0,40.

SOLUÇÃO

$$N = mg$$

$$\mu N = ma_{\text{m\`a}x} \Rightarrow \mu mg = ma_{\text{m\`a}x} \Rightarrow a_{\text{m\`a}x} = \mu g$$

$$a_{\text{m\`a}x} = \omega^2 A = 4\pi^2 f^2 A$$

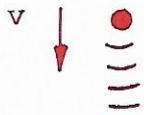
$$\mu g = 4\pi^2 f^2 A \Rightarrow A = \frac{\mu g}{4\pi^2 f^2}$$

$$A = \frac{0,40 \cdot 9,8}{4\pi^2 \cdot 1^2}$$

$$A \approx 0,1 \text{ m}$$

Um corpo cai a partir do repouso de uma altitude de 50,0m, emitindo continuamente um som de frequência 330Hz. A aceleração da gravidade no local ao nível do mar, vale  $9,79\text{m/s}^2$  e a resistência do ar pode ser desprezada.

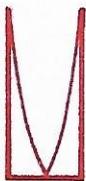
Admitindo que a velocidade do som no meio seja 330m/s e que a coluna de ar de uma proveta de 24,0cm de profundidade, colocada ao nível do mar, ressoe em determinado instante, determine nesse instante a altitude do corpo que cai.

SOLUÇÃO

$$f = f_0 \frac{v_s}{v_s - v} \quad (1)$$

$$f = (2n - 1) \frac{v_s}{4L} \quad (2)$$

$$(2n - 1) \frac{v_s}{4L} = f_0 \frac{v_s}{v_s - v}$$



$$v_s - v = \frac{4L f_0}{2n - 1}$$

$$v = v_s - \frac{4L f_0}{2n - 1} \quad (3)$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{2gH} \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot 9,79 \cdot 50,0} \Rightarrow v_{\text{máx}} = 31,3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$n = 1 \Rightarrow v = 330 - \frac{4 \cdot 0,240 \cdot 330}{1} \Rightarrow v = 13,2 \text{ m.s}^{-1}$$

$$n = 2 \Rightarrow v = 330 - \frac{4 \cdot 0,240 \cdot 330}{3} \Rightarrow v = 224,4 \text{ m.s}^{-1}$$

Logo:  $n_1 = 1$

$$\Delta h = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow \Delta h = \frac{13,2^2}{2 \cdot 9,79} \Rightarrow \Delta h \approx 8,90 \text{ m}$$

$$h_1 = H - \Delta h \Rightarrow h_1 = 50,0 - 8,90 \Rightarrow h_1 = 41,1 \text{ m} - \text{altura quando a onda foi emitida}$$

$$41,1 = v_s \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{41,1}{330} \Rightarrow \Delta t = 0,125$$

$$\Delta h' = v\Delta t + \frac{1}{2}g \Delta t^2 \Rightarrow \Delta h' = 13,2 \cdot 0,125 + \frac{1}{2} \cdot 9,79 \cdot 0,125^2 \Rightarrow \Delta h' = 1,73 \text{ m}$$

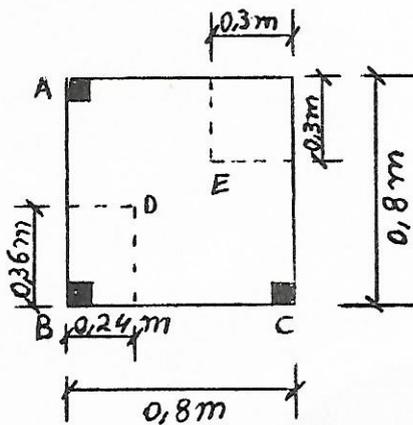
$$h = h_1 - \Delta h' \Rightarrow h = 41,1 - 1,73 \Rightarrow h = 39,4 \text{ m}$$

## 4ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

A figura representa uma mesa quadrada horizontal, suportada por 3 pés (A, B, C). A resultante das cargas sobre a mesa, inclusive seu peso próprio, é uma força vertical de 200N aplicada em D.

Calcule o maior peso possível de se aplicar em "E" sem que a mesa tombe, e para esse valor, obtenha as reações nos três pés.

SOLUÇÃO

$$\Sigma M_{AC} = 0 \quad \text{e} \quad N_B = 0$$

$$200 d_2 - P d_1 = 0 \Rightarrow P = 200 \frac{d_2}{d_1}$$

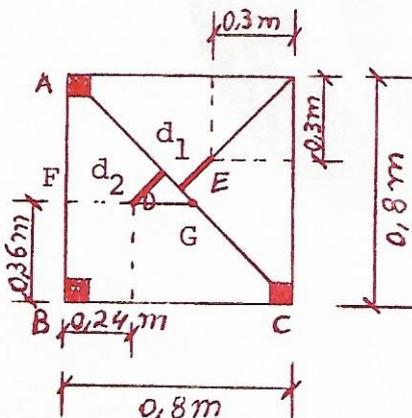
$$FG = AF = 0,8 - 0,36 \Rightarrow FG = 0,44$$

$$DG = 0,44 - 0,24 \Rightarrow DG = 0,20$$

$$d_2 \sqrt{2} = 0,20 \Rightarrow d_2 = 0,1\sqrt{2}$$

$$d_1 = 0,8 \frac{\sqrt{2}}{2} - 0,3\sqrt{2} = 0,1\sqrt{2}$$

$$P = 200 \cdot \frac{0,1\sqrt{2}}{0,1\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{P = 200 \text{ N}}$$



$$\Sigma M_A = 0$$

$$200 l_E + 200 l_D = N_C l_C$$

$$l_C = 0,8\sqrt{2}$$

$$l_E = \sqrt{0,3^2 + 0,5^2} \Rightarrow l_E = 0,58$$

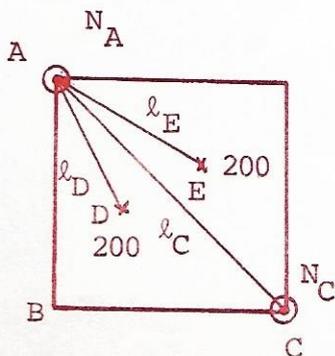
$$l_D = \sqrt{0,44^2 + 0,24^2} \Rightarrow l_D = 0,5$$

$$200(0,58 + 0,5) = 0,8\sqrt{2} N_C$$

$$N_C = \frac{216\sqrt{2}}{0,8 \cdot 2} \Rightarrow \boxed{N_C = 191 \text{ N}}$$

$$N_A + N_C = 200 + 200$$

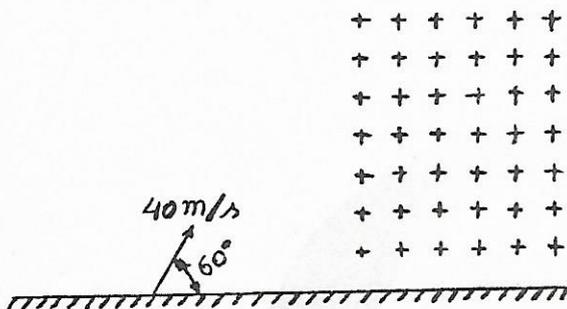
$$N_A = 400 - 191 \Rightarrow \boxed{N_A = 209 \text{ N}}$$



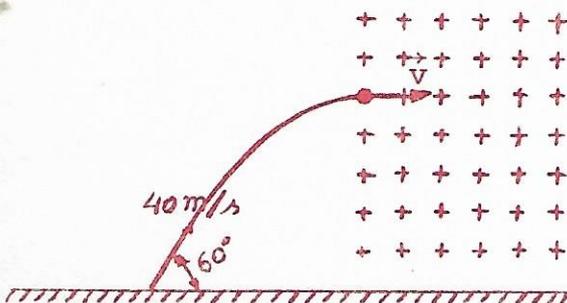
Uma pequena esfera de massa  $10^{-3}$  kg, carregada eletricamente, é lançada de um ponto A com uma velocidade inicial de 40 m/s, formando um ângulo de  $60^\circ$  com o plano horizontal.

No instante em que atinge o ponto mais alto da trajetória, a esfera penetra em um campo magnético de 0,5 tesla, que é perpendicular ao plano da trajetória.

Supondo a aceleração da gravidade  $g=10 \text{ m/s}^2$  e desprezando a resistência do ar, calcule a carga, em coulombs, que deve existir na esfera para que, após penetrar no campo, mantenha trajetória sempre horizontal.

SOLUÇÃO

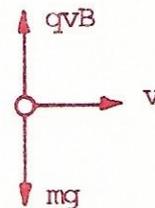
$$v = v_0 \cos \theta_0 = 40 \cos 60^\circ = 20 \text{ m.s}^{-1}$$



$$mg = qvB$$

$$q = \frac{mg}{vB}$$

$$q = \frac{10^{-3} \cdot 10}{20 \cdot 0,5}$$

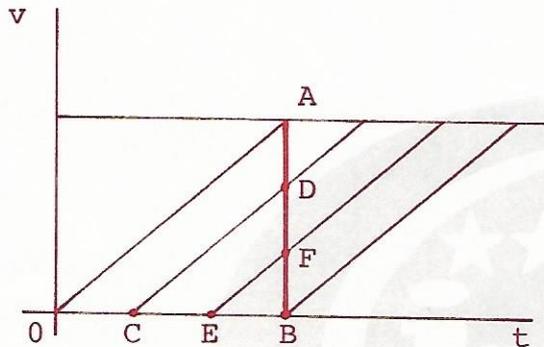


$$q = + 10^{-3} \text{ C}$$

## 6ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Em um planeta desconhecido, de gravidade também desconhecida, deixam-se cair de uma altura de 9,0 metros e a partir do repouso, esferas em intervalos de tempo iguais. No instante em que a 1ª esfera toca o chão, a 4ª esfera está no ponto de partida. Determine nesse instante, as alturas em que se encontram a 2ª e a 3ª esferas.

SOLUÇÃO

$$A_{\Delta OAB} = 9$$

$$A_{\Delta CBD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 = 4$$

$$A_{\Delta EBF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 9 = 1$$

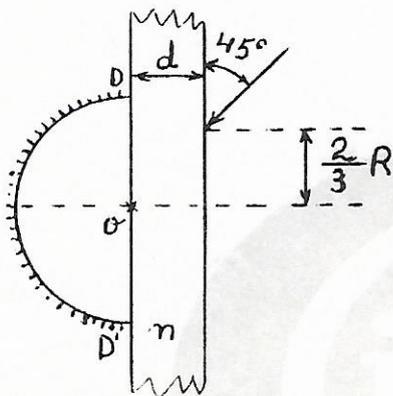
$$h_2 = 9 - 4 \Rightarrow \boxed{h_2 = 5 \text{ m}}$$

$$h_3 = 9 - 1 \Rightarrow \boxed{h_3 = 8 \text{ m}}$$

A figura representa em corte, um espelho esférico de raio  $R$ , centro em "o", e uma lâmina de faces paralelas e índice de refração "n".

Um raio luminoso incide a  $45^\circ$  com as paredes da lâmina, no ponto I situado a  $\frac{2}{3}R$  do eixo do espelho. O plano de incidência é o plano da figura.

Determine a expressão algébrica da largura "d" da lâmina para que, o raio luminoso ao sair do espelho, atravesse perpendicularmente a lâmina.

SOLUÇÃO

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

$$\operatorname{tg} r = \frac{\frac{2R}{3} - x\sqrt{2}}{d}$$

$$x = R \sin \frac{45^\circ}{2}$$

$$\sin^2 \frac{45^\circ}{2} = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} \Rightarrow \sin \frac{45^\circ}{2} \approx 0,38$$

$$\operatorname{tg} r = \frac{\frac{2R}{3} - 0,38\sqrt{2}R}{d} = 0,13 \frac{R}{d} \Rightarrow \operatorname{ctg} r = \frac{d}{0,13R}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 r = \frac{1}{\sin^2 r} \Rightarrow 1 + \frac{d^2}{0,13^2 R^2} = \frac{1}{\sin^2 r} \Rightarrow$$

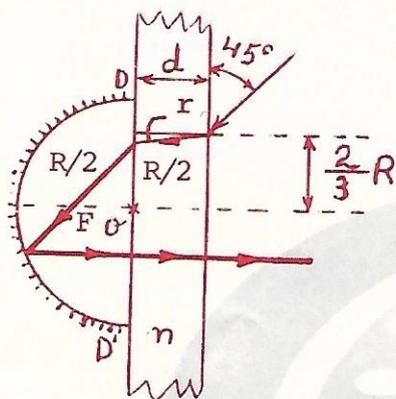
$$\Rightarrow \sin r = \sqrt{\frac{0,13^2 R^2}{0,13^2 R^2 + d^2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = n \cdot \sqrt{\frac{0,13^2 R^2}{0,13^2 R^2 + d^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = n^2 \frac{0,13^2 R^2}{0,13^2 R^2 + d^2} \Rightarrow 0,13^2 R^2 + d^2 = 2n^2 0,13^2 R^2$$

$$d^2 = 0,13^2 R^2 (2n^2 - 1) \Rightarrow d = 0,13R \sqrt{2n^2 - 1}$$

(SOLUÇÃO)OBSERVAÇÃO:

Uma solução aproximada pode ser obtida tomando-se como distância focal o valor  $\frac{R}{2}$ .



$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin r} = n \Rightarrow \sin r = \frac{\sqrt{2}}{2n}$$

$$\operatorname{tg} r = \frac{\frac{2R}{3} - \frac{R}{2}}{d} = \frac{R}{6d} \Rightarrow \operatorname{cotg} r = \frac{6d}{R}$$

$$1 + \operatorname{cotg}^2 r = \frac{1}{\sin^2 r}$$

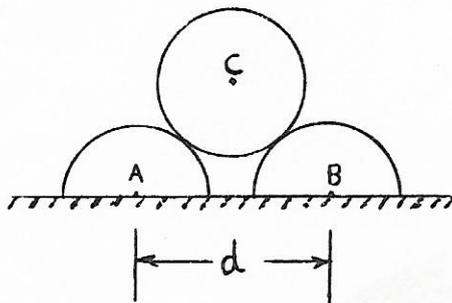
$$1 + \frac{36d^2}{R^2} = \frac{4n^2}{2} \Rightarrow R^2 + 36d^2 = 2n^2R^2$$

$$d^2 = \frac{2n^2R^2 - R^2}{36}$$

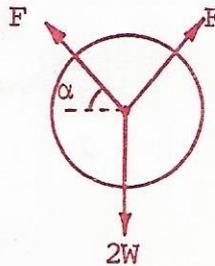
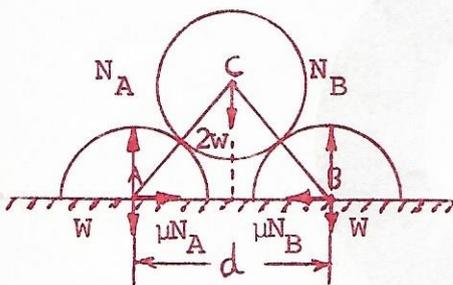
$$d = \frac{R}{6} \sqrt{2n^2 - 1}$$

Um cilindro C de raio R e peso  $2W$  é colocado sobre dois semicilindros A e B de raio R e peso  $W$ , como ilustra a figura. O contato entre o cilindro e os semicilindros não tem atrito. O coeficiente de atrito entre o plano horizontal e a face plana dos semicilindros é 0,5.

Determine o valor máximo da distância "d" entre os centros dos semicilindros A e B, para que exista equilíbrio em todo o sistema. Não é permitido o contato do cilindro C com o plano horizontal.

SOLUÇÃO

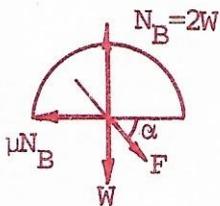
$$\left. \begin{aligned} N_B + N_A &= 4W \\ N_B \frac{d}{2} &= N_A \frac{d}{2} \end{aligned} \right\} N_A = N_B = 2W$$



$$2F \sin \alpha = 2W \Rightarrow F \sin \alpha = W$$

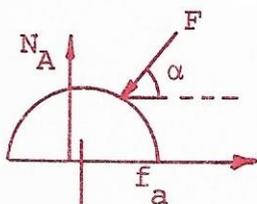
$$\cos \alpha = \frac{d}{4R} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{16R^2 - d^2}}{4R}$$

$$F = \frac{4RW}{\sqrt{16R^2 - d^2}}$$



$$F \cos \alpha = \mu N_B \Rightarrow \frac{4RW}{\sqrt{16R^2 - d^2}} \cdot \frac{d}{4R} = 2\mu W \Rightarrow \frac{d}{\sqrt{16R^2 - d^2}} = 2 \cdot 0,5 = 1$$

$$\text{Logo, } d^2 = 16R^2 - d^2 \Rightarrow 2d^2 = 16R^2 \Rightarrow \boxed{d = 2R\sqrt{2}}$$

2ª SOLUÇÃO

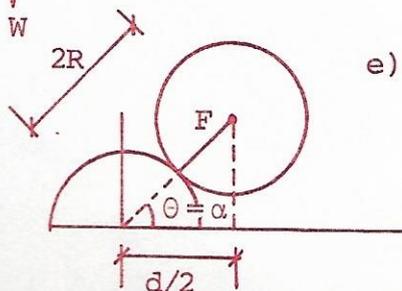
a) Por simetria,  $N_A = N_B = \frac{4W}{2} = 2W$ .

b)  $f_a = \mu N_A = 2\mu W = W$ .

c)  $\vec{N}_A + \vec{W} + \vec{f}_a = -\vec{F} \Rightarrow \alpha = \theta$ .

d) Mas  $\theta = \arctg \frac{N_A - W}{f_a} = \arctg \frac{2W - W}{W} \Rightarrow \theta = 45^\circ$ .

e)  $\cos \alpha = \frac{d/2}{2R} = \frac{d}{4R} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{d = 2R\sqrt{2}}$



*J. Sampaio*  
*Col.*

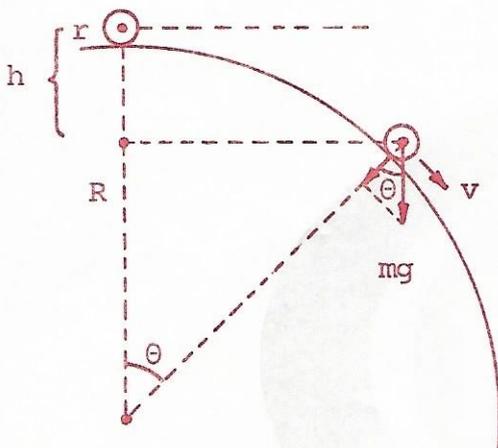
9ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Uma esfera de massa "M" e raio "r", desliza sem atrito, a partir do repouso sobre uma superfície esférica de raio "R".

A esfera está inicialmente no topo da superfície esférica.

Determine o ângulo  $\theta$  que o vetor posição do centro da esfera em relação ao centro da superfície esférica, forma com a vertical, no momento em que a esfera abandona a superfície de deslizamento.

SOLUÇÃO

$$mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R+r}$$

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh$$

$$h = (R+r) - (R+r) \cos \theta$$

$$h = (R+r)(1 - \cos \theta)$$

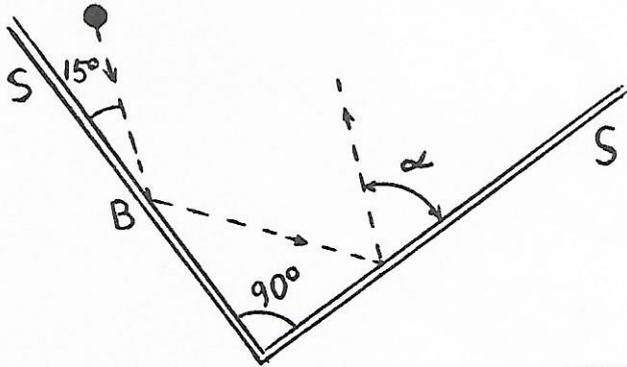
$$g \cos \theta = \frac{2g(R+r)(1 - \cos \theta)}{R+r}$$

$$\cos \theta = 2 - 2 \cos \theta$$

$$3 \cos \theta = 2 \Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = \arccos \frac{2}{3}$$

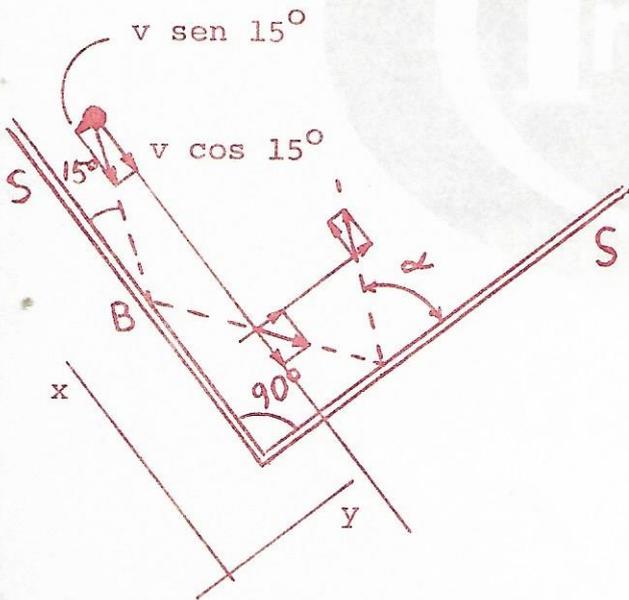
Uma bola de bilhar atinge a tabela S da mesa no ponto B, com uma velocidade "v" e coeficiente de restituição igual a 0,5. Considerando a bola como uma partícula, determine o ângulo  $\alpha$  e a velocidade que seguirá a bola, após o seu segundo contato com a tabela.

SOLUÇÃO1º CHOQUE

$$e = \frac{v_{y\text{após}}}{v_{y\text{antes}}}$$

$$0,5 = \frac{v_{y\text{após}}}{v \sin 15^\circ} \Rightarrow v_{y\text{após}} = \frac{v}{2} \sin 15^\circ$$

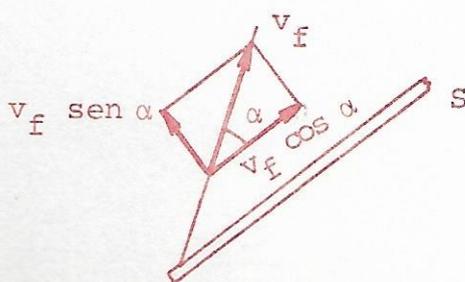
$$v_{x\text{antes}} = v_{x\text{após}} = v \cos 15^\circ$$

2º CHOQUE

$$e = \frac{v'_{x\text{após}}}{v'_{x\text{antes}}}$$

$$0,5 = \frac{v'_{x\text{após}}}{v \cos 15^\circ} \Rightarrow v'_{x\text{após}} = \frac{v}{2} \cos 15^\circ$$

$$v'_{y\text{antes}} = v'_{y\text{após}} = \frac{v}{2} \sin 15^\circ$$



$$\begin{cases} v_f \cos \alpha = \frac{v}{2} \sin 15^\circ \\ v_f \sin \alpha = \frac{v}{2} \cos 15^\circ \end{cases}$$

$$v_f = \frac{v}{2} \quad \text{e}$$

$$\alpha = 75^\circ$$