IME – FÍSICA – 1980/1981

JS 3/12/80 pág. 10 e 4/12/80 pág. 10

1ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Calcule a temperatura final da mistura de 100ℓ de água a 15ºC com 50ℓ de água a 60ºC, mais 75ℓ de álcool a 20ºC. A densidade do álcool é 0,8 e o calor específico médio é 0,58 kcal/kgºC.

SOLUÇÃO

Cálculo da massa de álcool: $m = \mu V$

$$m = 0{,}8\ \frac{g}{cm^3} \times 75000cm^3 = 60\,000g = \boxed{60kg}$$

Pelo princípio das trocas de calor:

$$\Delta Q_{cedido} = \Delta Q_{recebido}$$

$$\Delta Q_{cedido}\ (\text{água a } 60^o + \text{álcool}) = \Delta Q_{recebido}\ (\text{água a } 15^o)$$

$$(m\ c\ \Delta\theta)_{\text{água a } 60^o} + (m\ c\ \Delta\theta)_{\text{álcool}} = (m\ c\ \Delta\theta)_{\text{água a } 15^o}$$

$$50 \cdot 1 \cdot (60 - \theta) + 60 \cdot 0{,}58 \cdot (20 - \theta) = 100 \cdot 1(\theta - 15)$$

$$18{,}48\ \theta = 519{,}6$$

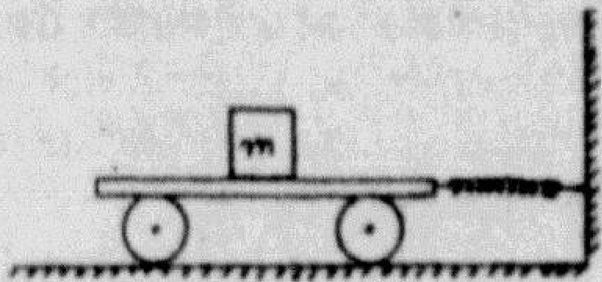
$$\boxed{\theta = 28{,}1\ ^oC}$$

2ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Uma plataforma oscila horizontalmente, com uma frequência de 1,0Hz, tendo sobre ela um bloco de massa m.

Determine a amplitude máxima que pode ter a oscilação da plataforma, para que o bloco mova-se com ela, sem deslizar. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é 0,40.

SOLUÇÃO



$$a_{máx} = \mu g = \omega^2 A$$

$$\mu g = (2\pi f)^2 A$$

$$\mu g = 4\pi^2 f^2 A$$

Considerando $g = 9,8 \approx \pi^2$

$$\mu = 4f^2 A$$

$$A = \frac{\mu}{4f^2}$$

$$A = \frac{0,40}{4 \times 1}$$

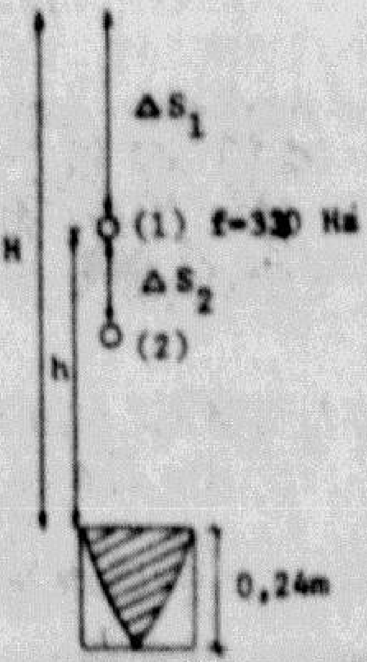
$$\boxed{A = 0,10\ m}$$

3ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Um corpo cai a partir do repouso de uma altitude de 50,0m, emitindo continuamente um som de freqüência 330Hz. A aceleração da gravidade no local ao nível do mar, vale $9{,}79 m/s^2$ e a resistência do ar pode ser desprezada.

Admitindo que a velocidade do som no meio seja 330m/s e que a coluna de ar de uma proveta de 24,0cm de profundidade, colocada ao nível do mar, ressoe em determinado instante, determine nesse instante a altitude do corpo que cai.

SOLUÇÃO



a) Freqüência de ressonância

$\frac{\lambda}{4} = l \Rightarrow \lambda = 4\,l = 4 \times 0{,}24$ $\boxed{\lambda = 0{,}960m}$

$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{0{,}96} = 343{,}8$ $\boxed{f = 344Hz}$

b) Velocidade da fonte no instante da emissão aparente:

$f' = f\,\frac{v - v_o}{v - v_f} \Rightarrow 344 = 330\,\frac{330}{330 - v_f}$

$344\,(330 - v_f) = 330 \times 330$ $\boxed{v_f = 13{,}4m/s}$

c) Deslocamento da fonte até o instante da emissão da freqüência acima:

$v^2 = v_o^2 + 2a\Delta S_1$

$(13{,}4)^2 = 2 \times 9{,}79\,\Delta S_1 \Rightarrow$ $\boxed{\Delta S_1 = 9{,}17\ m}$

d) Altura da fonte:

$$h = H - \Delta S = 50 - 9{,}17 \Rightarrow \boxed{40{,}8\ m}$$

e) Tempo gasto pelo som para atingir a proveta:

$$h = v\Delta t \Rightarrow 40{,}8 = 330\,\Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0{,}124\ s}$$

f) Velocidade da fonte na posição (2):

$$v = v_0 + gt \Rightarrow v = 13{,}4 + 9{,}79 \times 0{,}124 \Rightarrow \boxed{v = 14{,}6\,m/s}$$

g) Queda da fonte até a posição (2):

$$v^2 = v_0^2 + 2g(\Delta S_1 + \Delta S_2) \Rightarrow \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{(14{,}6)^2}{2 \times 9{,}79} \Rightarrow \boxed{10{,}8\ m}$$

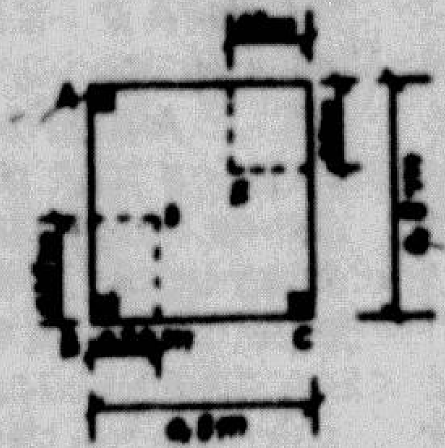
h) Cálculo da altura da fonte quando se observa a ressonância do tubo:

$$h' = H - (\Delta S_1 + \Delta S_2) = 50 - 10{,}8 \qquad \boxed{h' = 39{,}2\ m}$$

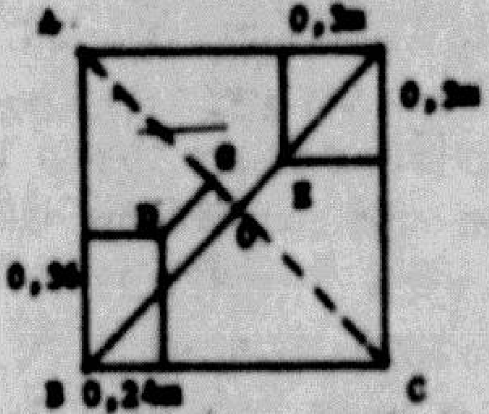
4ª QUESTÃO VALOR: 1,0

A figura representa uma mesa quadrada horizontal, suportada por 3 pés (A, B, C). A resultante das cargas sobre a mesa, inclusive seu peso próprio, é uma força vertical de 200N aplicada em D.

Calcule o maior peso possível de se aplicar em "E" sem que a mesa tombe, e para esse valor, obtenha as reações nos três pés.



SOLUÇÃO



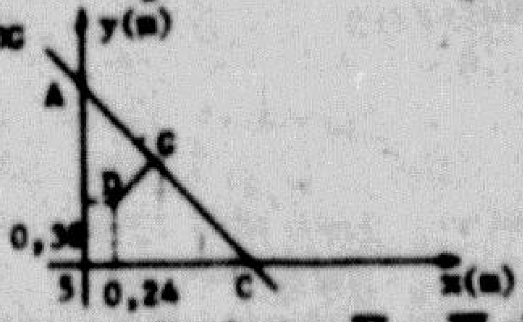
a) Condição de equilíbrio → momento em relação ao eixo $\overline{AC}$ no plano da mesa = zero.

Neste caso o esforço em B é nulo, logo: $200 \times \overline{DG} = F_E \times \overline{GE}$

Cálculo das distâncias:

$GE = \frac{0,8\sqrt{2}}{2} - 0,3\sqrt{2} = \boxed{0,1\sqrt{2}\ m}$

DG



$d = \left| \frac{x + y - 0,8}{\sqrt{2}} \right|$

$DG = \left| \frac{0,24 + 0,36 - 0,8}{\sqrt{2}} \right| = \left| -\frac{0,2}{\sqrt{2}} \right|$

$\boxed{DG = 0,1\sqrt{2}\ m}$

Como as distâncias $\overline{DG}$ e $\overline{GE}$ são iguais temos: $\boxed{F_E = 200\ N}$

b) Pelos dados do problema: $F_B = 0$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow F_A \cdot 0{,}8\sqrt{2} = F_E \cdot EC + F_D \cdot DC \Rightarrow F_A = \frac{200(EC + DC)}{0{,}8\sqrt{2}}$$

$$E_C = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2} = \boxed{E_C = 0{,}5831\,m} \quad DC = \sqrt{0{,}36^2 + 0{,}56^2}$$

$$\boxed{DC = 0{,}6657\ m}$$

$$\text{Logo}\quad F_A = \frac{200(0{,}5831 + 0{,}6657)}{0{,}8\sqrt{2}} = 221 \Rightarrow \boxed{F_A = 221\ N}$$

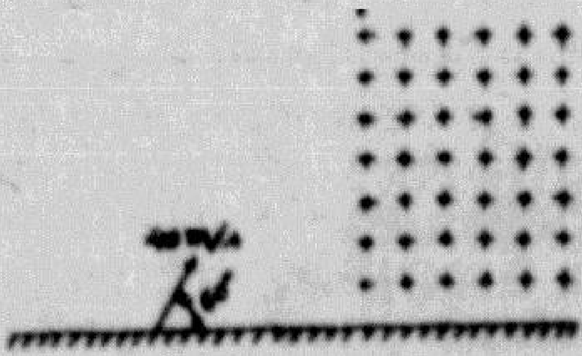
$$F_C = 400 - 221 = 179 \Rightarrow \boxed{F_C = 179\ N}$$

9ª QUESTÃO VALOR: 1,0

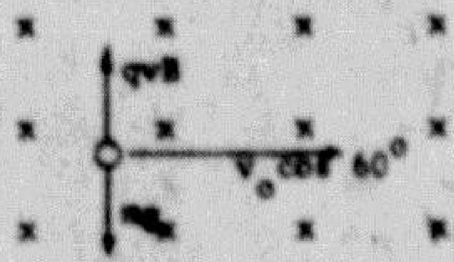
Uma pequena esfera de massa 10^{-3} kg, carregada eletricamente, é lançada de um ponto A com uma velocidade inicial de 40m/s, formando um ângulo de 60º com o plano horizontal.

No instante em que atinge o ponto mais alto da trajetória, a esfera penetra em um campo magnético de 0,5 tesla, que é perpendicular ao plano da trajetória.

Supondo a aceleração da gravidade $g=10 m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, calcule a carga, em coulombs, que deve existir na esfera para que, após penetrar no campo, mantenha trajetória sempre horizontal.



SOLUÇÃO



$$qvB = mg$$

$$q = \frac{mg}{v.\cos 60^\circ\, B}$$

$$q = \frac{10^{-3} \times 10}{40 \times \frac{1}{2} \times 0,5}$$

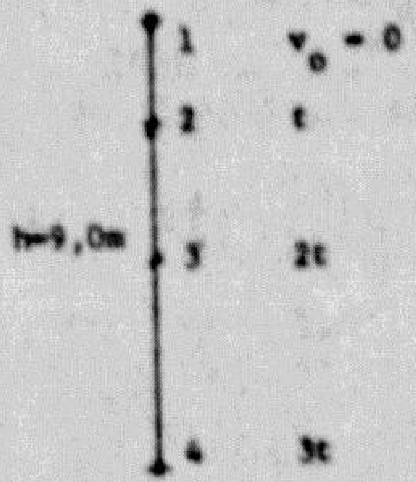
$$= \frac{10^{-2}}{10} = 10^{-3}$$

$$\boxed{q = 1,0 \times 10^{-3}\ C}$$

6ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Em um planeta desconhecido, de gravidade também desconhecida, deixam-se cair de uma altura de 9,0 metros e a partir do repouso, esferas em intervalos de tempo iguais. No instante em que a 1ª esfera toca o chão, a 4ª esfera está no ponto de partida. Determine nesse instante, as alturas em que se encontram a 2ª e a 3ª esferas.

SOLUÇÃO



Cálculo do tempo entre uma esfera e outra:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$9 = \frac{1}{2} g (3t)^2$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2}{g}}}$$

Altura da 2ª esfera:

$$h = 9 - \frac{1}{2} g (t)^2$$

$$h = 9 - \frac{1}{2} g \frac{2}{g}$$

$$\boxed{h = 8,0 \text{ m}}$$

Altura da 3ª esfera:

$$h = 9 - \frac{1}{2} g (2t)^2$$

$$h = 9 - \frac{1}{2} g \, 4 t^2$$

$$h = 9 - \frac{1}{2} g \, 4 \frac{2}{g}$$

$$\boxed{h = 5,0 \text{ m}}$$

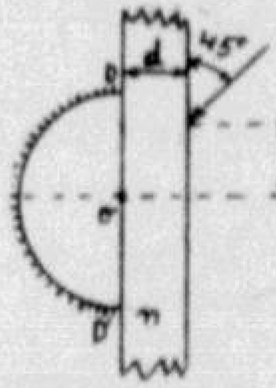
7ª QUESTÃO VALOR: 1,0

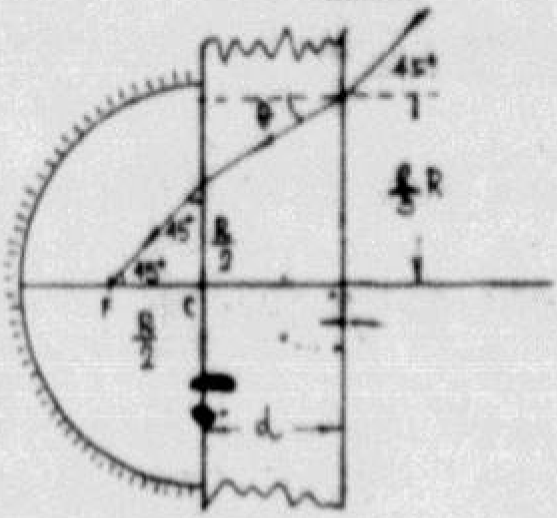
A figura representa em corte, um espelho esférico de raio R, centro em "o", e uma lâmina de faces paralelas e índice de refração "n".

Um raio luminoso incide a 45º com as paredes da lâmina, no ponto I situado a $\frac{2}{3}R$ do eixo do espelho. O plano de incidência é o plano da figura.

Determine a expressão algébrica da largura "d" da lâmina para que, o raio luminoso ao sair do espelho, atravesse perpendicularmente a lâmina.

SOLUÇÃO





Cálculo de θ:

$$\text{sen } 45^\circ = n \text{ sen } \theta$$

$$\text{sen } \theta = \frac{\sqrt{2}}{2n} \Rightarrow \cos\theta = \sqrt{\frac{4n^2-2}{4n^2}} = \frac{\sqrt{4n^2-2}}{2n}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\cos\theta} = \frac{\left(\frac{2}{3}R - \frac{1}{2}R\right)}{d} \Rightarrow \boxed{\text{tg } \theta = \frac{R}{6d}}$$

Relacionando R e d em função de θ:

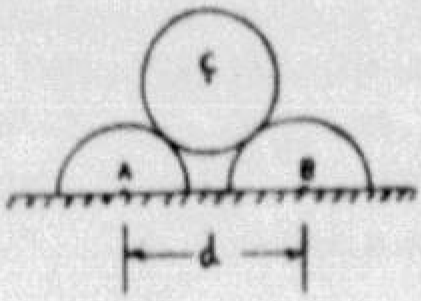
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4n^2-2}} = \frac{R}{6d} \Rightarrow d = \frac{R\sqrt{4n^2-2}}{6\sqrt{2}} = \frac{R}{6}\sqrt{2n^2-1}$$

$$\boxed{d = \frac{R}{6}\sqrt{2n^2-1}}$$

8ª QUESTÃO — Fácil — VALÔR: 1,0

Um cilindro C de raio R e peso 2W é colocado sobre dois semicilindros A e B de raio R e peso W, como ilustra a figura. O contato entre o cilindro e os semicilindros não tem atrito. O coeficiente de atrito entre o plano horizontal e a face plana dos semicilindros é 0,5.

Determine o valor máximo da distância "d" entre os centros dos semicilindros A e B, para que exista equilíbrio em todo o sistema. Não é permitido o contato do cilindro C com o plano horizontal.

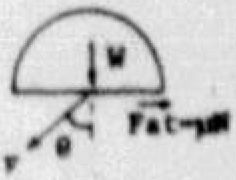


SOLUÇÃO

Esfera C:

$2F\cos\theta = 2W$

$\boxed{F = \dfrac{W}{\cos\theta}}$ (1)



Esfera A:

$F\operatorname{sen}\theta = \mu N = \mu(W + F\cos\theta)$ (2)

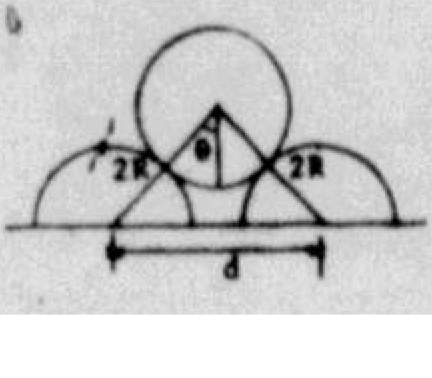
Substituindo (1) em (2):

$\dfrac{W}{\cos\theta}\cdot\operatorname{sen}\theta = \mu\,(W + W)$

$\operatorname{tg}\theta = 2\mu$

$\operatorname{tg}\theta = 2 \times 0{,}5$

$\boxed{\operatorname{tg}\theta = 1} \rightarrow \theta = 45^\circ$



Cálculo de d:

$\dfrac{d}{2} = 2R\operatorname{sen}\theta$

$d = 4R\operatorname{sen}\theta$

$d = 4R\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{d = 2\sqrt{2}\,R}$

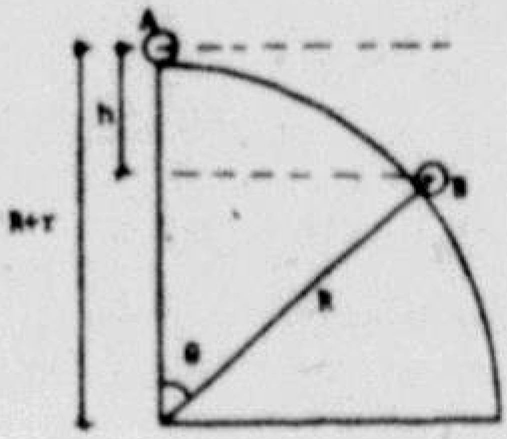
9ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Uma esfera de massa "M" e raio "r", desliza sem atrito, a partir do repouso sobre uma superfície esférica de raio "R".

A esfera está inicialmente no topo da superfície esférica.

Determine o ângulo θ que o vetor posição do centro da esfera em relação ao centro da superfície esférica, forma com a vertical, no momento em que a esfera abandona a superfície de deslizamento.

SOLUÇÃO



Da figura tiramos:

$$\cos\theta = \frac{R + r - h}{R+r}$$

Donde: $h = (R+r)\left[1 - \cos\theta\right]$

No momento em que a esfera abandona a superfície:

$$\cancel{m}g \cos\theta = \frac{\cancel{m} v^2}{R+r}$$

Cálculo de v:

$$E_A = E_B$$

$$mg(R + r) = \frac{1}{2} m v^2 + mg(R + r - h)$$

$$0 = \frac{1}{2} mv^2 - mgh$$

$$v^2 = 2gh \qquad \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

Logo: $\cancel{g} \cos\theta = \frac{2\cancel{g}h}{R+r}$

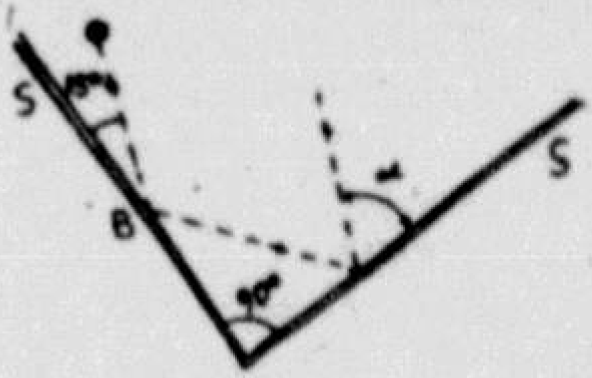
$$\cos\theta = \frac{2h}{R+r} = \frac{2.(R+r)\left[1 - \cos\theta\right]}{R+r}$$

$$\cos\theta = \frac{2(R+r)}{3R + r}$$

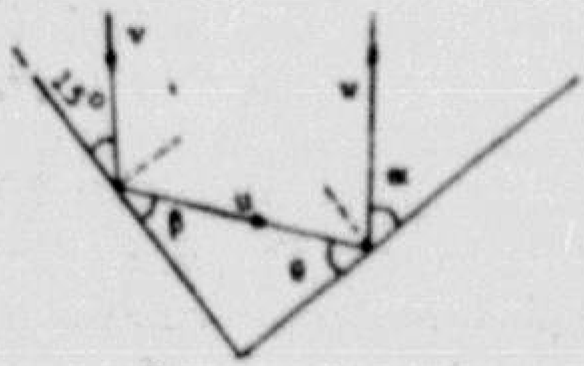
$$\boxed{\theta = \text{arc cos } 2/3}$$

10ª QUESTÃO VALOR: 1,0

Uma bola de bilhar atinge a tabela S da mesa no ponto B, com uma velocidade "v" e coeficiente de restituição igual a 0,5. Considerando a bola como uma partícula, determine o ângulo α e a velocidade que seguirá a bola, após o seu segundo contato com a tabela.



SOLUÇÃO



1º CHOQUE: $\frac{u\,\text{sen}\,\beta}{v\,\text{sen}\,15^\circ} = 0,5 \Rightarrow u\,\text{sen}\,\beta = 0,5\,v\,\text{sen}\,15^\circ$ (1)

$v\cos 15^\circ = u\cos\beta$ (2)

➡ Dividindo (2) por (1): $0,5\,\text{tg}\,15^\circ = \text{tg}\,\beta$

2º CHOQUE: $\frac{w\,\text{sen}\,\alpha}{u\cos\beta} = 0,5 \Rightarrow w\,\text{sen}\,\alpha = 0,5\,u\cos\beta$ (3)

$u\,\text{sen}\,\beta = w\cos\alpha$ (4)

➡ Dividindo (3) por (4): $0,5\,\text{cotg}\,\beta = \text{tg}\,\alpha$

$$\text{tg}\,\alpha = 0,5\,\frac{1}{0,5\cdot\text{tg}\,15^\circ} = \frac{1}{\text{tg}\,15^\circ} = \frac{1}{\frac{1-\cos 30^\circ}{\text{sen}\,30^\circ}}$$

$$= (2+\sqrt{3})$$

$$\boxed{\alpha = \text{arc tg}\,(2+\sqrt{3})} \rightarrow \boxed{\alpha = 75^\circ}$$

Das expressões (2) e (3):

$w\,\text{sen}\,\alpha = 0,5\cdot v\cos 15^\circ$

$$w = \frac{0,5\cdot v\cdot\cos 15^\circ}{\text{sen}\,\alpha} = 0,5\,\frac{v\cos 15^\circ}{\text{sen}\,75^\circ} = 0,5\,v$$

$$\boxed{w = 0,5\,v}$$