

1a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Um carro de corrida de Fórmula 1 parte do repouso, atinge a velocidade de 216 km/h, freia e para no tempo total de 30 segundos.

O coeficiente de atrito entre as rodas e a estrada, que é explorado ao limite durante a frenagem, é  $\mu = 0,5$ .

Sabendo que as acelerações, no período de velocidade crescente e no período de frenagem, são constantes, determine:

- a) a aceleração durante o período em que a velocidade está aumentando;
- b) a distância total percorrida ao longo dos 30 segundos.

DADO:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

SOLUÇÃO

2a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Um astronauta em traje espacial e completamente equipado pode dar pulos verticais de 0,5 m na Terra. Determine a altura máxima que o astronauta poderá pular em um outro planeta, sabendo-se que o seu diâmetro é um quarto do da Terra e sua massa específica dois terços da terrestre. Considere que o astronauta salte em ambos os planetas com a mesma velocidade inicial.

SOLUÇÃO

## 3a. QUESTÃO

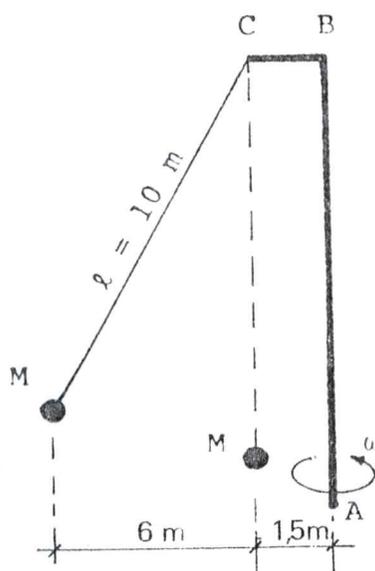
VALOR: 1,0

Uma massa  $M = 20 \text{ kg}$  é suspensa por um fio de comprimento  $\ell = 10 \text{ m}$ , inextensível e sem peso, conforme mostra a figura. A barra  $ABC$  gira em torno de seu eixo vertical com velocidade angular constante de forma que o fio atinge a posição indicada. Determine:

a) a velocidade angular da barra;

b) a tração no fio.

DADO:  $g = 10 \text{ m/s}^2$



## SOLUÇÃO

## 4a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Uma bola elástica de massa  $M$  move-se, com velocidade  $v$ , na direção de um anteparo que se move no sentido contrário, com velocidade  $u$ . Considere a massa do anteparo como infinitamente grande quando comparada com a massa da bola. Determine:

a) a velocidade da bola depois do choque;

b) o trabalho das forças elásticas durante o choque.



## SOLUÇÃO

IME - CEE 88/89

FÍSICA

FOLHA 9

5a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Dois recipientes, condutores de calor, de mesmo volume, são interligados por um tubo de volume desprezível e contêm um gás ideal, inicialmente a  $23^{\circ}\text{C}$  e  $1,5 \times 10^5 \text{ Pa}$ . Um dos recipientes é mergulhado em um líquido a  $127^{\circ}\text{C}$ , enquanto que o outro, simultaneamente, é mergulhado em oxigênio líquido a  $-173^{\circ}\text{C}$ . Determine a pressão de equilíbrio do gás. Considere  $0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K}$ .

SOLUÇÃO

6a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Três líquidos distintos são mantidos à  $T_1 = 15^{\circ}\text{C}$ ,  $T_2 = 20^{\circ}\text{C}$  e  $T_3 = 25^{\circ}\text{C}$ . Misturando os dois primeiros na razão 1:1, em massa, obtém-se uma temperatura de equilíbrio de  $18^{\circ}\text{C}$ . Procedendo da mesma forma com os líquidos 2 e 3 ter-se-ia uma temperatura final de  $24^{\circ}\text{C}$ . Determine a temperatura de equilíbrio se o primeiro e o terceiro líquido forem misturados na razão 3:1 em massa.

SOLUÇÃO

7a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

A tensão  $E(t)$ , definida pelo gráfico mostrado na figura 2 é aplicada ao circuito da figura 1, cujos componentes resistivos, invariantes no tempo, são definidos pelas curvas características dadas abaixo (figura 3 e 4).

Esboce a forma de onda da corrente  $i(t)$ , total, do circuito, em função do tempo.

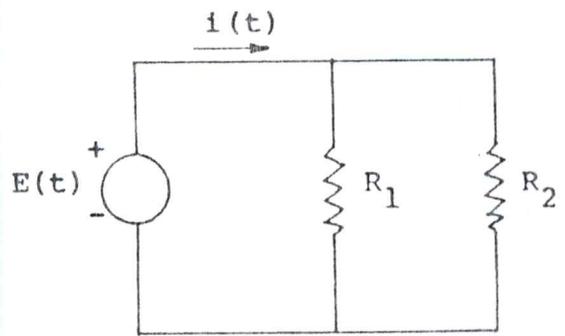


figura 1

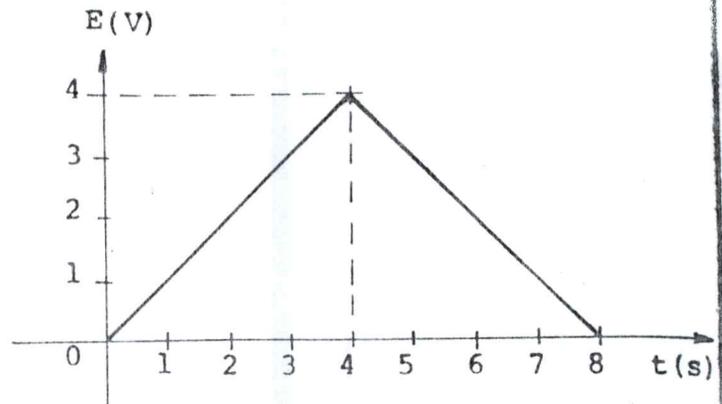


figura 2

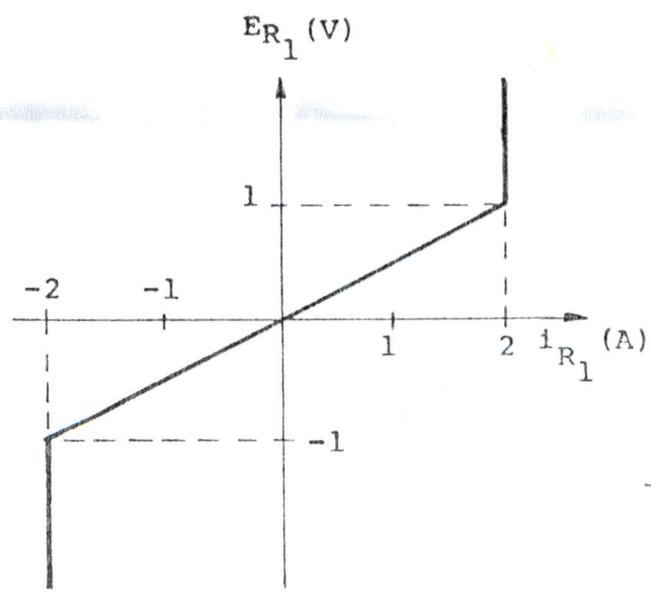
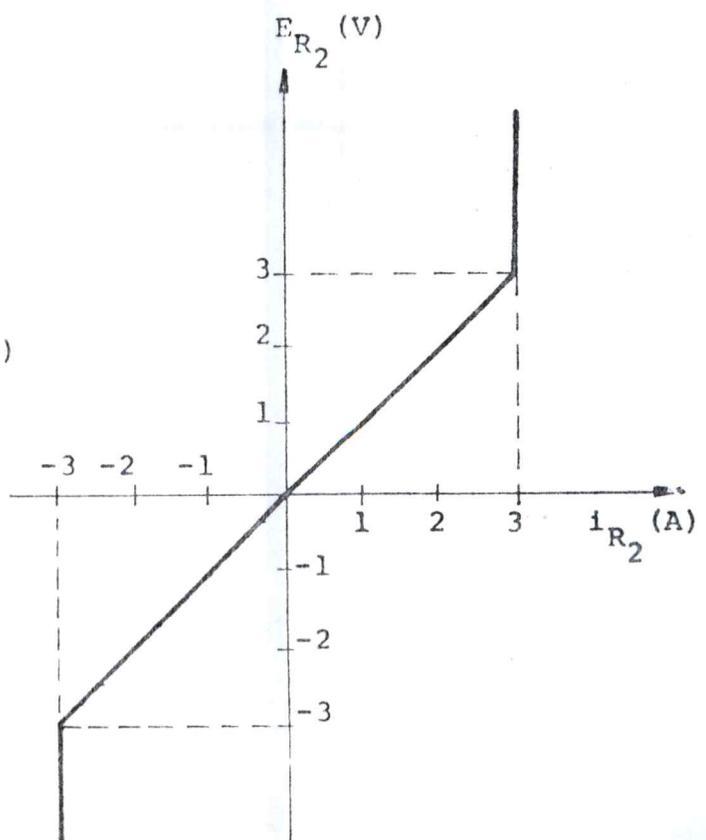


figura 3



8a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

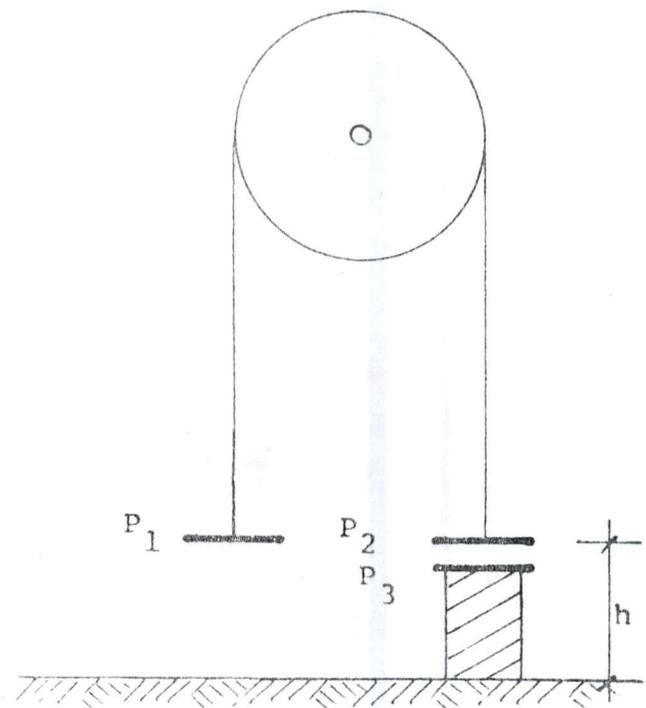
Na figura abaixo,  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  são três placas metálicas de mesma área, tendo  $P_1$  massa  $M_1$  e  $P_2$  massa  $M_2$  ( $M_1 > M_2$ ). A placa  $P_3$ , paralela a  $P_2$ , está fixa num pedestal isolante. O fio que liga  $P_1$  a  $P_2$  é isolante e de massa desprezível.

Na situação inicial (a da figura), a capacitância entre  $P_2$  e  $P_3$  é  $C_0$ .

Determine a expressão literal da capacitância  $C$  entre  $P_2$  e  $P_3$  quando  $P_2$  atingir a altura máxima em relação ao solo.

DADOS:

- Aceleração da gravidade:  $g$
- Distância inicial entre  $P_2$  e  $P_3$ :  $d_0$
- Altura inicial de  $P_1$  e  $P_2$  em relação ao solo:  $h$



SOLUÇÃO

9a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

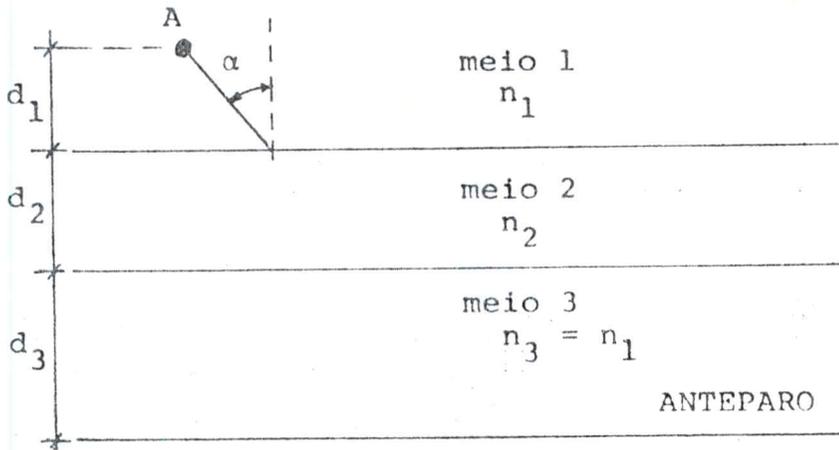
Um raio de luz parte do ponto A formando um ângulo  $\alpha$  com a normal à superfície de separação entre os meios 1 e 2. Após atravessar os meios 1, 2 e 3 cujos índices de refração são  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  respectivamente, o raio atinge um anteparo. Sabe-se que  $n_3 = n_1$ .

As superfícies de separação entre os meios e o anteparo são paralelas, conforme mostra a figura.

A velocidade da luz no vácuo é  $c$ .

Determine:

- a) a distância percorrida pelo raio de luz até atingir o anteparo;
- b) o tempo gasto pela luz para percorrer a distância calculada acima.



SOLUÇÃO

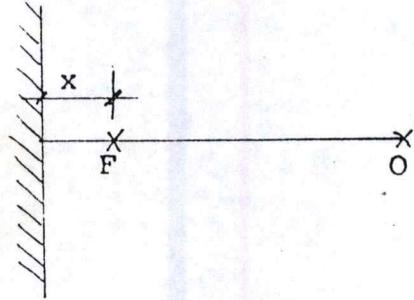
## 10a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Uma fonte sonora  $F$  produz um som puro com uma frequência que pode ser variada. O observador  $O$  está situado de modo que  $\overline{OF}$  seja perpendicular a uma parede refletora distante  $x$  de  $F$ . Determine as duas frequências mais baixas para as quais o som ouvido por  $O$  tenha intensidade máxima.

DADOS: velocidade do som = 340 m/s

$$x = 1 \text{ m}$$



SOLUÇÃO

**01-** Um carro de corrida de Fórmula 1 parte do repouso, atinge a velocidade de 216 km/h, freia e pára no tempo total de 30 segundos. O coeficiente de atrito entre as rodas e a estrada, que é explorado ao limite durante a frenagem, é  $\mu = 0,5$ . Sabendo que as acelerações, no período de velocidade crescente e no período de frenagem, são constantes, determine:

- (A) a aceleração durante o período em que a velocidade está aumentando;  
 (B) a distância total percorrida ao longo dos 30 segundos.

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Resolução:-**

**(A)** Como  $F_A = \mu P$  temos  $-ma = \mu mg$  (o sinal - indica que a força é oposta ao sentido do movimento)

$$a = -\mu g = -0,5 \cdot 10 = -5 \text{ m/s}^2.$$

Como a velocidade inicial na frenagem é  $216 \text{ km/h} = 216 : 3,6 = 60 \text{ m/s}$ , o tempo gasto para parar é, de  $v = v_0 + at$ , é  $t = (0 - 60)/-5 = 12 \text{ seg.}$

Tendo sido gastos 30 segundos no movimento total, o tempo de aceleração foi de  $30 - 12 = 18 \text{ s}$

a aceleração até atingir os 216 km/h foi de  $a = (60 - 0)/18 = \mathbf{3,3 \text{ m/s}^2}$  ou  $a = (216 - 0)/18 = \mathbf{12 \text{ km/h-s.}}$

**(B)**  $\Delta s = (v + v_0) \cdot t_1/2 + (v + v_f)t_2/2 = (0 + 60)12/2 + (60 + 0) \cdot 18/2 = 60 \cdot 6 + 60 \cdot 9 = 60 \cdot 15 = \mathbf{900 \text{ m}}$

**02 -** Um astronauta em traje espacial e completamente equipado pode dar pulos verticais de 0,5 m na Terra. Determine a altura máxima que o astronauta poderá pular em outro planeta, sabendo-se que o seu diâmetro é um quarto do da Terra, e sua massa específica dois terços da terrestre.

Considere que o astronauta salte em ambos os planetas com a mesma velocidade inicial.

**Resolução:** a aceleração da gravidade na superfície de um planeta é dada por  $g = GM/R^2$ . Fazendo  $M = V \cdot \rho$  teremos  $M = (4/3)\pi R^3 \cdot \rho$ . Substituindo o valor de M na expressão de g, tem-se  $g = G \cdot (4/3)\pi R^3 \rho / R^2$

$$g = (4/3)\pi R \cdot \rho.$$

$$g_P = (4/3)\pi R_P \cdot \rho_P = (4/3)\pi (R_T/4) \cdot (\rho_T \cdot 2/3) = (4/3)\pi R_T \cdot \rho_T (2/12) = (1/6)g_T.$$

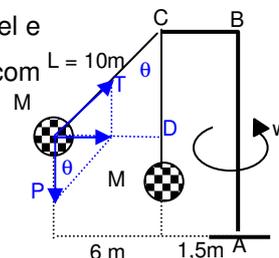
A altura máxima atingida pelo astronauta depende da velocidade inicial. Esta pode ser a mesma nos dois planetas. Como  $v = 2gh$ , resulta  $g_P h_P = g_T h_T$   $h_T = (g_T/g_P) \cdot h_P = (6) \cdot 0,5 = \mathbf{3 \text{ m.}}$

**03 -** Uma massa  $M = 20 \text{ kg}$  é suspensa por um fio de comprimento  $L = 10 \text{ m}$ , inextensível e sem peso, conforme mostra a figura. A barra ABC gira em torno do seu eixo vertical com velocidade angular constante de forma que o fio atinge a posição indicada. Determine:

- (A) a velocidade angular da barra;  
 (B) a tração no fio.

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Resolução:**



**(A)** As forças que agem sobre a massa M quando em rotação são: a tração T e o peso  $P = Mg$ .

A resultante destas duas forças é igual à força centrípeta necessária para manter a rotação. Desta forma tem-se:

$$Mv^2/R = Mg \quad v^2 = gR. \quad \text{Como } v = wR, \quad w^2 R^2 = gR \quad w^2 = g/R \quad w^2 = 10/10 = 1$$

$$w = \mathbf{1 \text{ rad/s.}}$$

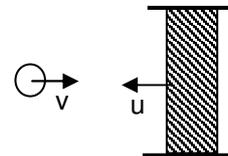
(B) Da figura tem-se  $P/T = \cos \theta$ .

$$T = P/\cos \theta = Mg/(CD/MC). \text{ Do triângulo CMD, } CD^2 = CM^2 - MD^2$$

$$CD^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$CD = 8 \text{ m. Portanto, } T = 20 \cdot 10 / (8/10) \rightarrow 20 \cdot 100/8 = \mathbf{250 \text{ N.}}$$

**04** - Uma bola elástica de massa  $M$  move-se, com velocidade  $v$ , na direção de um anteparo que se move no sentido contrário, com velocidade  $u$ . Considere a massa do anteparo como infinitamente grande quando comparada com a massa da bola.



Determine:

- (A) a velocidade da bola depois do choque;
- (B) o trabalho das forças elásticas durante o choque.

**Resolução:-**

(A) Sendo elástica a colisão, e considerando  $M \gg m$ , a velocidade da bola em relação ao anteparo é  $v + u$ . Esta é a velocidade com que a bola sairá para a esquerda após a colisão.

Resposta:  $v + u$  para a esquerda.

(B) O trabalho é igual à variação da energia cinética:  $W = m(v + u)^2/2 - mv^2/2 = (m/2)[(v^2 + 2uv + u^2) - v^2]$

$$W = (m/2)(2uv + u^2).$$

**05** - Dois recipientes, condutores de calor, de mesmo volume, são interligados por um tubo de volume desprezível e contêm um gás ideal, inicialmente a  $23^\circ\text{C}$  e  $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Um dos recipientes é mergulhado em um líquido a  $127^\circ\text{C}$ , enquanto que o outro, simultaneamente, é mergulhado em oxigênio líquido a  $-173^\circ\text{C}$ . Determine a pressão de equilíbrio do gás. Considere  $0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$

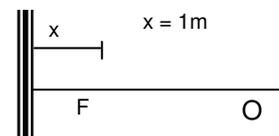
**Resolução:** Seja  $V$  o volume de cada recipiente. Inicialmente o número de moles do gás nos dois recipientes é  $n = P_2V/RT$ . No final teremos:  $n_1 = P'V/RT_1$  e  $n_2 = P'V/RT_2$ . Como não há mudança do número de moles  $n = n_1 + n_2 \rightarrow$

$$\frac{P \cdot 2V}{R \cdot (23 + 273)} = \frac{P'V}{R(127 + 273)} + \frac{P'V}{R(-173 + 273)} \quad \frac{2P}{296} = \frac{P'}{400} + \frac{P'}{200}$$

$$2P/296 = 3P'/400$$

$$P' = 800P/296 \cdot 3 = 800 \cdot 1,5 \cdot 10^5 / 296 \cdot 3 = \mathbf{1,35 \times 10^5 \text{ Pa.}}$$

**06** - Uma fonte sonora  $F$  produz um som puro com uma freqüência que pode ser variada. O observador  $O$  está situado de modo que  $OF$  seja perpendicular a uma parede refletora distante  $x$  de  $F$ . Determine as duas freqüências mais baixas para as quais o som ouvido por  $O$  tenha intensidade máxima.



Dados: velocidade do som =  $340 \text{ m/s}$

**Resolução:** Para que se tenha intensidade máxima deve-se ter uma interferência construtiva entre as ondas refletidas e as ondas emitidas pela fonte. Assim, no momento em que uma crista estiver saindo de  $F$ , em direção a  $O$ , uma crista da onda refletida na parede deve estar chegando a  $F$ . Como ocorre uma inversão da onda na parede, a distância  $2x$  deve corresponder a  $(n + 1/2)\lambda$ . Como  $v = \lambda f$ , para se ter freqüência mínima devemos ter o maior comprimento de onda. Maiores comprimentos de ondas se obtêm para menores valores de  $n$ .

Para  $n = 0$ ,  $(1/2)\lambda = 2$                        $\lambda = 4 \text{ m}$                        $f = v/\lambda = 340/4 = \mathbf{85 \text{ Hz}}$  e

para  $n = 1$ ,  $(1 + 1/2)\lambda = 2$                        $\lambda = 2/(3/2) = 4/3$                        $f = 340/(4/3) = \mathbf{255 \text{ Hz.}}$

07 - Três líquidos são mantidos a  $T_1 = 15^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 20^\circ\text{C}$  e  $T_3 = 25^\circ\text{C}$ . Misturando-se os dois primeiros na razão 1 : 1, em massa, obtém-se uma temperatura de equilíbrio de  $18^\circ\text{C}$ . Procedendo-se da mesma forma com os líquidos 2 e 3 ter-se-ia uma temperatura final de  $24^\circ\text{C}$ .

Determine a temperatura de equilíbrio se o primeiro e terceiro líquidos forem misturados na razão 3 : 1 em massa.

**resolução:** Na primeira mistura:  $mc_1.(18 - 15) + mc_2.(18 - 20) = 0$   $3c_1 = 2c_2$ . (1)

Na segunda mistura:  $mc_2.(24 - 20) + mc_3.(24 - 25) = 0$   $4c_2 = c_3$ . (2)

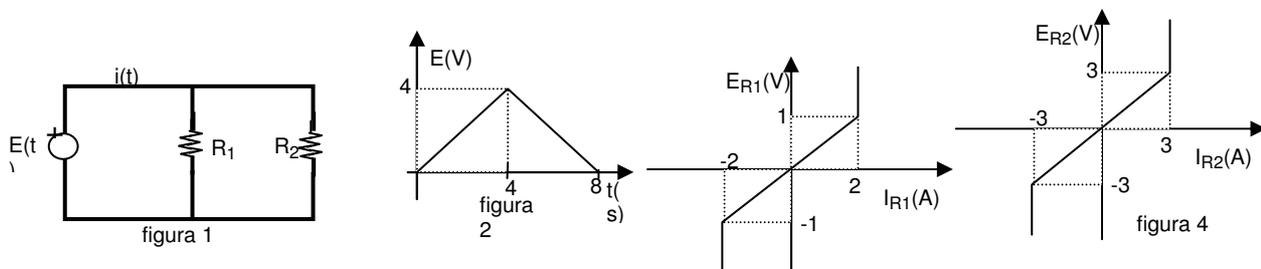
De (1) e (2) tira-se:  $2.c_1 = c_3$

Na mistura do primeiro com o terceiro:  $3mc_1.(T - 15) + mc_3.(T - 25) = 0$

$$3mc_1.(T - 15) + m.2c_1.(T - 25) = 0$$

$$3T - 45 + 2T - 50 = 0 \quad 5T = 95 \quad T = 19^\circ\text{C}.$$

08 - A tensão  $E(t)$ , definida pelo gráfico mostrado na figura 2 é aplicada ao circuito da figura 1, cujos componentes resistivos, invariantes com o tempo, são definidos pelas curvas características dadas abaixo (figuras 3 e 4). Esboce a forma de onda da corrente  $i(t)$ , total, do circuito em função do tempo



**Resolução:-** Como o gráfico de  $E(t)$  são segmentos retos, em cada um dos intervalos 0 a 4 e 4 a 8, a função  $E(t)$  tem a forma  $E(t) = mt + h$ , sendo  $m$  a declividade.

Para o intervalo 0 a 4 s,  $m = (4 - 0)/(4 - 0) = 1$  e o segmento passa por  $(0, 0)$   $E(t) = 1.t = 0$   $E(t) = t$ .

Para o intervalo 4 a 8 s,  $m = (0 - 4)/(8 - 4) = -1$  e o segmento passa por  $(8, 0)$   $0 = -1.8 + h$   $h=8$

$$E(t) = -t + 8.$$

As resistências são  $R = E/i$ , que no gráfico 3, vale  $R_1 = 1/2 = 0,5 \Omega$  e  $R_2 = 3/3 = 1 \Omega$ .

Calculando a resistência total tem-se:  $R = R_1.R_2/(R_1 + R_2) = 0,5.1/(0,5 + 1) = 0,5/1,5 \Omega = (1/3) \Omega$ .

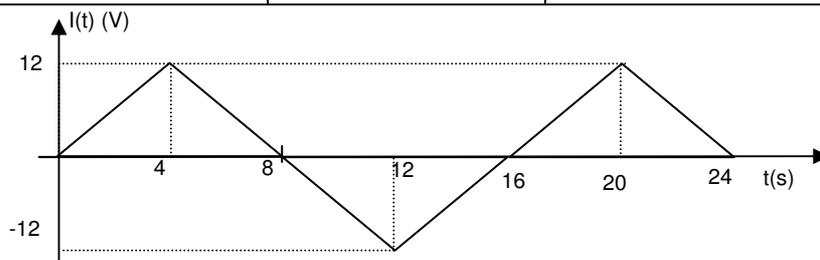
Com  $E = Ri$ ,  $E = (1/3) i$  e  $E(t) = (1/3)i(t)$ .

Para o intervalo 0 a 4,  $t = (1/3)i(t)$   $i(t) = 3t$  e para o intervalo 4 a 8,  $-t + 8 = (1/3)i(t)$   $i(t) = -3t + 24$ .

Construindo o gráfico:

Tempo	0	4	4	8
corrente	$3.0 = 0$	$3.4 = 12$	$-3.4 + 24 = 12$	$-3.8 + 24 = 0$ .

Resposta:



## I M E – Física

**09** - Na figura abaixo, P1, P2 e P3 são três placas metálicas de mesma área, tendo P1 massa M1 e P2 massa M2 ( $M_1 > M_2$ ). A placa P3, paralela à P2, está fixa num pedestal isolante. O fio que liga P1 a P2 é isolante e de massa desprezível. Na situação inicial (a da figura), a capacitância entre P2 e P3 é  $C_0$ .

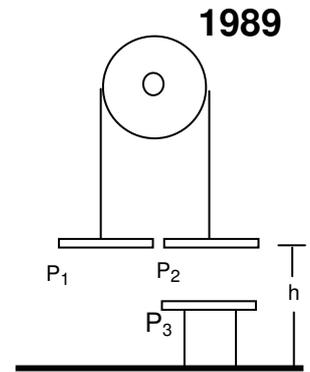
Determine a expressão literal da capacitância C entre P2 e P3 quando P2 atingir a altura máxima em relação ao solo.

Dados: Aceleração da gravidade: g

Distância inicial entre P2 e P3:  $d_0$

Altura inicial de P1 e P2 em relação ao solo: h

**Obs:- a questão permite duas interpretações:**



**(a)** quando o sistema estiver parado. Neste caso P2 terá subido até uma altura  $2h \rightarrow$  distância entre P2 e P3 é  $2h - d_0$ . Neste caso a capacitância será  $C = \epsilon_0 \cdot A / (2h - d_0)$ .

Como a capacitância inicial é  $C_0 = \epsilon_0 \cdot A / d_0$        $\epsilon_0 \cdot A = C_0 d_0$        $C = C_0 d_0 / (2h - d_0)$ .

**(b)** quando P1 atingir o solo P2 ainda terá uma aceleração para cima. Neste caso P2 continuará a subir até atingir uma altura máxima H, tal que  $H = 2h + x$ , onde x é a distância percorrida (para cima) por P2 após P1 atingir o solo.

A aceleração do sistema é

$$P2 - P1 = (m_2 + m_1)a \quad m_2g - m_1g = (m_2 + m_1)a \quad a = (m_2 - m_1)g / (m_2 + m_1)$$

Esta aceleração é imprimida ao corpo até que P2 percorra uma distância h para cima.

Como  $v^2 = v_0^2 + 2ah$  e  $v_0 = 0$        $v^2 = 2ah$ . A partir daí, a aceleração de P2 é igual à da gravidade. Assim, ele subirá x, tal que  $0^2 = v^2 - 2gx$  (mesma fórmula acima) pois a velocidade inicial será v e a final, no ponto mais alto é 0.

Assim,  $v^2 = 2gx = 2ah$        $x = ah/g$ . Substituindo o valor de a encontrado acima, resulta:

$$x = [m_2 - m_1]g / (m_2 + m_1) \cdot h / g \quad x = (m_2 - m_1)h / (m_2 + m_1)$$

A capacitância será então:  $C = \epsilon_0 \cdot A / (2h + x + d_0) = C_0 d_0 / (2h + x + d_0)$ .

Substituindo o valor de x em  $(2h + x + d_0)$  resulta:

$$2h + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} h + d_0 = \frac{(2hm_2 + 2hm_1 + m_2h - m_1h + d_0m_2 + d_0m_1)}{(m_2 + m_1)}$$

$$= \frac{(3hm_2 + hm_1 + d_0m_2 + d_0m_1)}{(m_2 + m_1)}$$

A capacitância será então :  $C_0 d_0 \cdot (m_2 + m_1) / (3hm_2 + hm_1 + d_0m_2 + d_0m_1)$

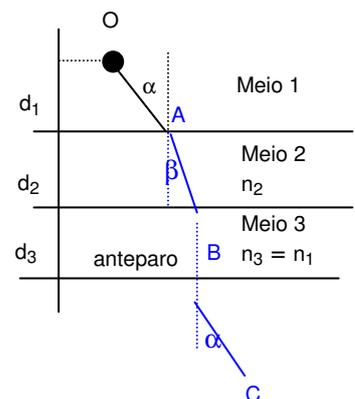
**10** - Um raio de luz parte do ponto A formando um ângulo  $\alpha$  com a normal à superfície de separação entre os meios 1 e 2. Após atravessar os meios 1, 2 e 3 cujos índices de refração são  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  respectivamente, o raio atinge um anteparo. Sabe-se que  $n_3 = n_1$ .

As superfícies de separação entre os meios e o anteparo são paralelas, conforme mostra a figura. A velocidade da luz no vácuo é c .

Determine:

(A) a distância percorrida pelo raio de luz até atingir o anteparo;

(B) o tempo gasto pela luz para percorrer a distância calculada acima.



**Revolução:-**

Como não está devidamente especificado consideraremos que  $d_1$  = distância da fonte à superfície de separação entre 1 e 2,  $d_2$  e  $d_3$  as espessuras dos meios 2 e 3. Os elementos em azul na figura foram acrescentados para identificar elementos necessários à resolução.

**(A)** Pela 2ª lei da refração:  $\text{sen } \alpha / \text{sen } \beta = n_2/n_1$        $\text{sen } \beta = n_1 \cdot \text{sen } \alpha/n_2$ . Como  $n_3 = n_1$  o ângulo de refração em 3 é igual ao ângulo de incidência em 1.

Calculando:  $AO = d_1/\text{cos } \alpha$ ;  $AB = d_2/\text{cos } \beta$ ;  $BC = d_3/\text{cos } \alpha$        $OC = d_1/\text{cos } \alpha + d_2/\text{cos } \beta + d_3/\text{cos } \alpha =$   
 $= d_1/\text{cos } \alpha + d_2/(\sqrt{1 - \text{sen}^2 \beta}) + d_3/\text{cos } \alpha = d_1/\text{cos } \alpha + d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + d_3/\text{cos } \alpha.$

**Resposta:**  $d_1/\text{cos } \alpha + d_2/[\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{cos}^2 \alpha}] + d_3/\text{cos } \alpha.$

**(B)** Para o tempo tem-se:  $t = OA/v_1 + AB/v_2 + BC/v_1$ . Como a velocidade da luz em um meio de índice de refração  $n$  é  $c/n$ , resulta:  $t = OA/(c/n_1) + AB/(c/n_2) + BC/(c/n_3) = n_1 \cdot AO/c + n_2 \cdot AB/c + n_3 \cdot BC/c = (1/c) \cdot (n_1 \cdot AO + n_2 \cdot AB + n_3 \cdot BC)$   
 $= (1/c)[n_1 \cdot d_1/\text{cos } \alpha + n_2 \cdot d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + n_3 \cdot d_3/\text{cos } \alpha]$

**Resposta:**  $(1/c)[n_1 \cdot d_1/\text{cos } \alpha + n_2 \cdot d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + n_3 \cdot d_3/\text{cos } \alpha]$

**I M E – FÍSICA – 1989**

**01** - Um carro de corrida de Fórmula 1 parte do repouso, atinge a velocidade de 216 km/h, freia e pára no tempo total de 30 segundos. O coeficiente de atrito entre as rodas e a estrada, que é explorado ao limite durante a frenagem, é  $\mu = 0,5$ . Sabendo que as acelerações, no período de velocidade crescente e no período de frenagem, são constantes, determine:

- (A) a aceleração durante o período em que a velocidade está aumentando;
- (B) a distância total percorrida ao longo dos 30 segundos.

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Solução:-**

**(A)** Como  $F_A = \mu P$  temos -  $ma = \mu mg$  (o sinal - indica que a força é oposta ao sentido do movimento)  $\rightarrow$   
 $\rightarrow a = -\mu g = -0,5 \cdot 10 = -5 \text{ m/s}^2$ .

Como a velocidade inicial na frenagem é 216 km/h = 216 : 3,6 = 60 m/s, o tempo gasto para parar é, de  $v = v_0 + at$ , é  $t = (0 - 60)/-5 = 12 \text{ seg}$ .

Tendo sido gastos 30 segundos no movimento total, o tempo de aceleração foi de 30 - 12 = 18 s  $\rightarrow$  a aceleração até atingir os 216 km/h foi de  $a = (60 - 0)/18 = 3,3 \text{ m/s}^2$  ou  $a = (216 - 0)/18 = 12 \text{ km/h-s}$ .

**Resposta: 12km/h/s ou 3,3 m/s<sup>2</sup>.**

**(B)**  $\Delta s = (v + v_0) \cdot t_1/2 + (v + v_f)t_2/2 = (0 + 60)12/2 + (60 + 0) \cdot 18/2 = 60 \cdot 6 + 60 \cdot 9 = 60 \cdot 15 = 900 \text{ m}$

**Resposta: 900 m**

**02** - Um astronauta em traje espacial e completamente equipado pode dar pulos verticais de 0,5 m na Terra. Determine a altura máxima que o astronauta poderá pular em outro planeta, sabendo-se que o seu diâmetro é um quarto do da Terra, e sua massa específica dois terços da terrestre.

Considere que o astronauta salte em ambos os planetas com a mesma velocidade inicial.

**Solução:-** a aceleração da gravidade na superfície de um planeta é dada por  $g = GM/R^2$ . Fazendo  $M = V \cdot \rho$  temos  $M = (4/3)\pi R^3 \cdot \rho$ . Substituindo o valor de M na expressão de g, tem-se  $g = G \cdot (4/3)\pi R^3 \rho / R^2 \rightarrow g = (4/3)\pi R \cdot \rho$ .  $\rightarrow$   
 $\rightarrow g_P = (4/3)\pi R_P \cdot \rho_P = (4/3)\pi (R_T/4) \cdot (\rho_T \cdot 2/3) = (4/3)\pi R_T \cdot \rho_T (2/12) = (1/6)g_T$ .

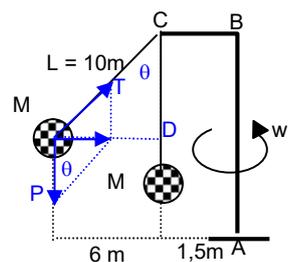
A altura máxima atingida pelo astronauta depende da velocidade inicial. Esta pode ser a mesma nos dois planetas. Como  $v = \sqrt{2gh}$ , resulta  $g_P h_P = g_T h_T \rightarrow h_T = (g_T/g_P) \cdot h_P = (6) \cdot 0,5 = 3 \text{ m}$ .

**Resposta:- 3 metros.**

**03** - Uma massa  $M = 20 \text{ kg}$  é suspensa por um fio de comprimento  $L = 10 \text{ m}$ , inextensível e sem peso, conforme mostra a figura. A barra ABC gira em torno do seu eixo vertical com velocidade angular constante de forma que o fio atinge a posição indicada. Determine:

- (A) a velocidade angular da barra;
- (B) a tração no fio.

Dado:  $g = 10 \text{ m/s}^2$



**Solução:-** Os elementos em azul não constam da figura original.

(A) As forças que agem sobre a massa M quando em rotação são: a tração T e o peso  $P = Mg$ .

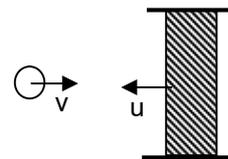
A resultante destas duas forças é igual à força centrípeta necessária para manter a rotação. Desta forma tem-se:  $Mv^2/R = Mg \rightarrow v^2 = gR$ . Como  $v = wR$ ,  $w^2R^2 = gR \rightarrow w^2 = g/R \rightarrow w^2 = 10/10 = 1 \rightarrow w = \text{rad/s}$ .

**Resposta: 1 rad/s.**

(B) Da figura tem-se  $P/T = \cos \theta$ .  $\rightarrow T = P/\cos \theta = Mg/(CD/MC)$ . Do triângulo CMD,  $CD^2 = CM^2 - MD^2 \rightarrow CD^2 = 102 - 62 = 40 \rightarrow CD = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$  m. Portanto,  $T = 20 \cdot 10 / (2\sqrt{10}/10) \rightarrow 20 \cdot 100 / 2\sqrt{10} = 1000/\sqrt{10} = 316,22$  N.

**Resposta:- 250 N.**

04 - Uma bola elástica de massa M move-se, com velocidade v, na direção de um anteparo que se move no sentido contrário, com velocidade u. Considere a massa do anteparo como infinitamente grande quando comparada com a massa da bola.



Determine:

- (A) a velocidade da bola depois do choque;
- (B) o trabalho das forças elásticas durante o choque.

**Solução:-**

(A) Sendo elástica a colisão, e considerando  $M \gg m$ , a velocidade da bola em relação ao anteparo é  $v + u$ . Esta é a velocidade com que a bola sairá para a esquerda após a colisão.

Resposta:  $v + u$  para a esquerda.

(B) O trabalho é igual à variação da energia cinética:  $W = m(v + u)^2/2 - mv^2/2 = (m/2)[(v^2 + 2uv + u^2) - v^2] \rightarrow W = (m/2)(2uv + u^2)$ .

**Resposta:  $W = (m/2)(2uv + u^2)$ .**

05 - Dois recipientes, condutores de calor, de mesmo volume, são interligados por um tubo de volume desprezível e contêm um gás ideal, inicialmente a  $23^\circ\text{C}$  e  $1,5 \cdot 10^5$  Pa. Um dos recipientes é mergulhado em um líquido a  $127^\circ\text{C}$ , enquanto que o outro, simultaneamente, é mergulhado em oxigênio líquido a  $-173^\circ\text{C}$ . Determine a pressão de equilíbrio do gás.

Considere  $0^\circ\text{C} = 273$  K

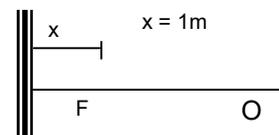
**Solução:-** Seja V o volume de cada recipiente. Inicialmente o número de moles do gás nos dois recipientes é  $n = P_0V/RT_0$ . No final teremos:  $n_1 = P'V/RT_1$  e  $n_2 = P'V/RT_2$ . Como não há mudança do número de moles  $n = n_1 + n_2$

$$\rightarrow \frac{P_0V}{R \cdot (23 + 273)} = \frac{P'V}{R(127 + 273)} + \frac{P'V}{R(-173 + 273)} \rightarrow \frac{2P_0}{296} = \frac{P'}{400} + \frac{P'}{200} \rightarrow$$

$\rightarrow 2P_0/296 = 3P'/400 \rightarrow P' = 800P_0/296 \cdot 3 = 800 \cdot 1,5 \cdot 10^5 / 296 \cdot 3 = 1,35 \times 10^5$  Pa.

**Resposta:  $1,35 \times 10^5$  Pa.**

06 - Uma fonte sonora F produz um som puro com uma freqüência que pode ser variada. O observador O está situado de modo que OF seja perpendicular a uma parede refletora distante x de F. Determine as duas freqüências mais baixas para as quais o som ouvido por O tenha intensidade máxima.



Dados: velocidade do som = 340 m/s

**Solução:-** Para que se tenha intensidade máxima deve-se ter uma interferência construtiva entre as ondas refletidas e as ondas emitidas pela fonte. Assim, no momento em que uma crista estiver saindo de F, em direção a O, uma crista da onda refletida na parede deve estar chegando a F. Como ocorre uma inversão da onda na parede, a distância  $2x$  deve corresponder a  $(n + \frac{1}{2})\lambda$ . Como  $v = \lambda f$ , para se ter frequência mínima devemos ter o maior comprimento de onda. Maiores comprimentos de ondas se obtêm para menores valores de  $n$ .

Para  $n = 0$ ,  $(1/2)\lambda = 2 \rightarrow \lambda = 4 \text{ m} \rightarrow f = v/\lambda = 340/4 = 85 \text{ Hz}$  e para  $n = 1$ ,  $(1 + \frac{1}{2})\lambda = 2 \rightarrow \lambda = 2/(3/2) = 4/3 \rightarrow f = 340/(4/3) = 255 \text{ Hz}$ .

**Resposta: 85 Hz e 255 Hz.**

**07 -** Três líquidos são mantidos a  $T_1 = 15^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 20^\circ\text{C}$  e  $T_3 = 25^\circ\text{C}$ . Misturando-se os dois primeiros na razão 1 : 1, em massa, obtêm-se uma temperatura de equilíbrio de  $18^\circ\text{C}$ . Procedendo-se da mesma forma com os líquidos 2 e 3 ter-se-ia uma temperatura final de  $24^\circ\text{C}$ .

Determine a temperatura de equilíbrio se o primeiro e terceiro líquidos forem misturados na razão 3 : 1 em massa.

**Solução:-** Na primeira mistura:  $mc_1.(18 - 15) + mc_2.(18 - 20) = 0 \rightarrow 3c_1 = 2c_2$ . (1)

Na segunda mistura  $mc_2.(24 - 20) + mc_3.(24 - 25) = 0 \rightarrow 4c_2 = c_3$ . (2)

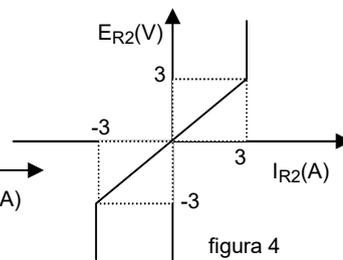
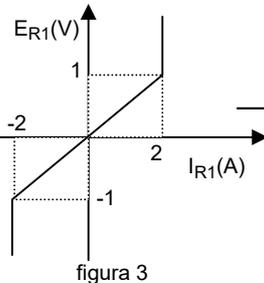
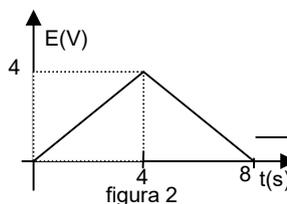
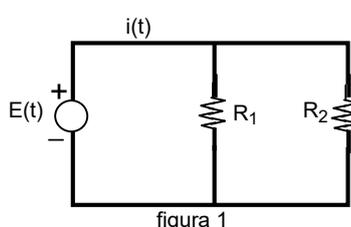
De (1) e (2) tira-se:  $2.c_1 = c_3$

Na mistura do primeiro com o terceiro:  $3mc_1.(T - 15) + mc_3.(T - 25) = 0 \rightarrow 3mc_1.(T - 15) + m.2c_1.(T - 25) = 0 \rightarrow 3T - 45 + 2T - 50 = 0 \rightarrow 5T = 95 \rightarrow T = 19^\circ \text{C}$ .

**Resposta: 19° C.**

**08 -** A tensão  $E(t)$ , definida pelo gráfico mostrado na figura 2 é aplicada ao circuito da figura 1, cujos componentes resistivos, invariantes com o tempo, são definidos pelas curvas características dadas abaixo (figuras 3 e 4).

Esboce a forma de onda da corrente  $i(t)$ , total, do circuito em função do tempo.



**Solução:-** Como o gráfico de  $E(t)$  são segmentos retos, em cada um dos intervalos 0 a 4 e 4 a 8, a função  $E(t)$  tem a forma  $E(t) = mt + h$ , sendo  $m$  a declividade.

Para o intervalo 0 a 4 s,  $m = (4 - 0)/(4 - 0) = 1$  e o segmento passa por  $(0, 0) \rightarrow E(t) = 1.t + 0 \rightarrow E(t) = t$ .

Para o intervalo 4 a 8 s,  $m = (0 - 4)/(8 - 4) = -1$  e o segmento passa por  $(8, 0) \rightarrow 0 = -1.8 + h \rightarrow h = 8 \rightarrow E(t) = -t + 8$ .

As resistências são  $R = E/i$ , que no gráfico 3, vale  $R_1 = 1/2 = 0,5 \Omega$  e  $R_2 = 3/3 = 1 \Omega$ .

Calculando a resistência total tem-se:  $R = R_1.R_2/(R_1 + R_2) = 0,5.1/(0,5 + 1) = 0,5/1,5 \Omega = (1/3) \Omega$ .

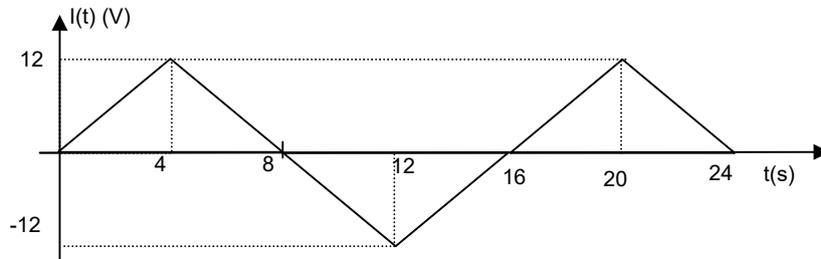
Com  $E = Ri$ ,  $E = (1/3)i$  e  $E(t) = (1/3)i(t)$ .

Para o intervalo 0 a 4,  $t = (1/3)i(t) \rightarrow i(t) = 3t$  e para o intervalo 4 a 8,  $-t + 8 = (1/3)i(t) \rightarrow i(t) = -3t + 24$ .

Construindo o gráfico:

Tempo	0	4	4	8
corrente	$3.0 = 0$	$3.4 = 12$	$-3.4 + 24 = 12$	$-3.8 + 24 = 0$ .

Resposta:



**09** - Na figura abaixo, P1, P2 e P3 são três placas metálicas de mesma área, tendo P1 massa M1 e P2 massa M2 ( $M_1 > M_2$ ). A placa P3, paralela à P2, está fixa num pedestal isolante. O fio que liga P1 a P2 é isolante e de massa desprezível. Na situação inicial (a da figura), a capacitância entre P2 e P3 é  $C_0$ .

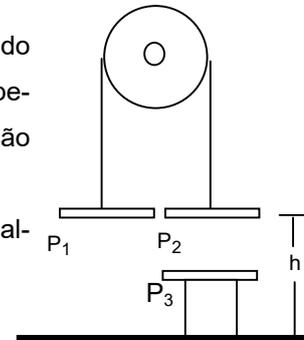
Determine a expressão literal da capacitância C entre P2 e P3 quando P2 atingir a altura máxima em relação ao solo.

Dados: Aceleração da gravidade: g

Distância inicial entre P2 e P3:  $d_0$

Altura inicial de P1 e P2 em relação ao solo: h

**Obs:- a questão permite duas interpretações:**



**(a)** quando o sistema estiver parado. Neste caso P2 terá subido até uma altura  $2h \rightarrow$  distância entre P2 e P3 é  $2h - d_0$ . Neste caso a capacitância será  $C = \epsilon_0 \cdot A / (2h - d_0)$ .

Como a capacitância inicial é  $C_0 = \epsilon_0 \cdot A / d_0 \rightarrow \epsilon_0 \cdot A = C_0 d_0 \rightarrow C = C_0 d_0 / (2h - d_0)$ .

**Resposta:  $C = C_0 d / (2h - d)$ .**

**(b)** quando P1 atingir o solo P2 ainda terá uma aceleração para cima. Neste caso P2 continuará a subir até atingir uma altura máxima H, tal que  $H = 2h + x$ , onde x é a distância percorrida (para cima) por P2 após P1 atingir o solo. A aceleração do sistema é  $P_2 - P_1 = (m_2 + m_1)a \rightarrow m_2 g - m_1 g = (m_2 + m_1)a \rightarrow a = (m_2 - m_1)g / (m_2 + m_1)$ . Esta aceleração é imprimida ao corpo até que P2 percorra uma distância h para cima. Como  $v^2 = v_0^2 + 2ah$  e  $v_0 = 0 \rightarrow v^2 = 2ah$ . A partir daí, a aceleração de P2 é igual à da gravidade. Assim, ele subirá x, tal que  $0^2 = v^2 - 2gx$  (mesma fórmula acima) pois a velocidade inicial será v e a final, no ponto mais alto é 0.

Assim,  $v^2 = 2gx = 2ah \rightarrow x = ah/g$ . Substituindo o valor de a encontrado acima, resulta:

$$x = [m_2 - m_1]g / (m_2 + m_1) \cdot h / g \rightarrow x = (m_2 - m_1)h / (m_2 + m_1)$$

A capacitância será então:  $C = \epsilon_0 \cdot A / (2h + x + d_0) = C_0 d_0 / (2h + x + d_0)$ .

Substituindo o valor de x em  $(2h + x + d_0)$  resulta:

$$2h + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} h + d_0 = \frac{(2hm_2 + 2hm_1 + m_2h - m_1h + d_0m_2 + d_0m_1)}{(m_2 + m_1)} = \frac{(3hm_2 + hm_1 + d_0m_2 + d_0m_1)}{(m_2 + m_1)}$$

A capacitância será então :  $C_0 d_0 \cdot (m_2 + m_1) / (3hm_2 + hm_1 + d_0m_2 + d_0m_1)$

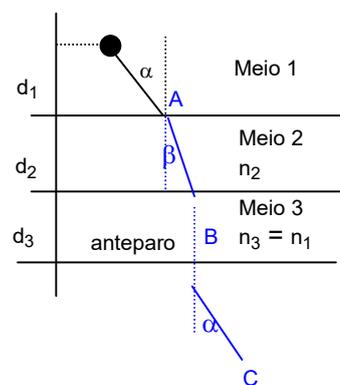
**Resposta:-  $C = C_0 d_0 \cdot (m_2 + m_1) / (3hm_2 + hm_1 + d_0m_2 + d_0m_1)$**

**10** - Um raio de luz parte do ponto A formando um ângulo  $\alpha$  com a normal à superfície de separação entre os meios 1 e 2. Após atravessar os meios 1, 2 e 3 cujos índices de refração são  $n_1$ ,  $n_2$  e  $n_3$  respectivamente, o raio atinge um anteparo. Sabe-se que  $n_3 = n_1$ .

As superfícies de separação entre os meios e o anteparo são paralelas, conforme mostra a figura. A velocidade da luz no vácuo é  $c$ .

Determine:

- (A) a distância percorrida pelo raio de luz até atingir o anteparo;
- (B) o tempo gasto pela luz para percorrer a distância calculada acima.



### Solução:-

Como não está devidamente especificado consideraremos que  $d_1$  = distância da fonte à superfície de separação entre 1 e 2,  $d_2$  e  $d_3$  as espessuras dos meios 2 e 3. Os elementos em azul na figura foram acrescentados para identificar elementos necessários à resolução.

**(A)** Pela 2ª lei da refração:  $\text{sen } \alpha / \text{sen } \beta = n_2/n_1 \rightarrow \text{sen } \beta = n_1 \cdot \text{sen } \alpha / n_2$ . Como  $n_3 = n_1$  o ângulo de refração em 3 é igual ao ângulo de incidência em 1.

Calculando:  $AO = d_1/\cos \alpha$ ;  $AB = d_2/\cos \beta$ ;  $BC = d_3/\cos \alpha \rightarrow OC = d_1/\cos \alpha + d_2/\cos \beta + d_3/\cos \alpha =$   
 $= d_1/\cos \alpha + d_2/(\sqrt{1 - \text{sen}^2 \beta}) + d_3/\cos \alpha = d_1/\cos \alpha + d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + d_3/\cos \alpha$ .

**Resposta:**  $d_1/\cos \alpha + d_2/[\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \cos^2 \alpha}] + d_3/\cos \alpha$ .

**(B)** Para o tempo tem-se:  $t = OA/v_1 + AB/v_2 + BC/v_1$ . Como a velocidade da luz em um meio de índice de refração  $n$  é  $c/n$ , resulta:  $t = OA/(c/n_1) + AB/(c/n_2) + BC/(c/n_3) = n_1 \cdot AO/c + n_2 \cdot AB/c + n_3 \cdot BC/c = (1/c) \cdot (n_1 \cdot AO + n_2 \cdot AB + n_3 \cdot BC)$   
 $= (1/c)[n_1 \cdot d_1/\cos \alpha + n_2 \cdot d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + n_3 \cdot d_3/\cos \alpha]$

**Resposta:**  $(1/c)[n_1 \cdot d_1/\cos \alpha + n_2 \cdot d_2/(\sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \text{sen}^2 \alpha}) + n_3 \cdot d_3/\cos \alpha]$