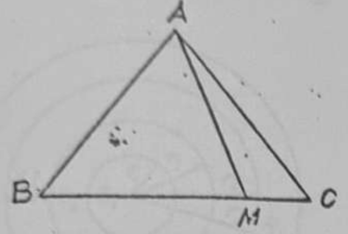
PROVA DE GEOMETRIA

1a. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 0,8

ENUNCIADO:



$\overline{AB} = \overline{AC} \neq \overline{BC}$

Expressar a diferença $\overline{AB}^2 - \overline{AM}^2$ em função dos segmentos aditivos da base.

SOLUÇÃO:

Como, $\overline{AB} = \overline{AC}$, tem-se : $\dfrac{\overline{AB}^2}{\overline{BC} \times \overline{BM}} - \dfrac{\overline{AM}^2}{\overline{BM} \times \overline{MC}} + \dfrac{\overline{AB}^2}{\overline{BC} \times \overline{MC}} = 1$

Mult. ambos os membros por $\overline{BC} . \overline{BM} . \overline{MC}$, tem-se:

$\overline{AB}^2 . \overline{MC} - \overline{AM}^2 . \overline{BC} + \overline{AB}^2 . \overline{BM} = \overline{BC} . \overline{BM} . \overline{MC}$

$\therefore \overline{AB}^2 (\overline{MC} + \overline{BM}) - \overline{AM}^2 . \overline{BC} = \overline{BC} . \overline{BM} . \overline{MC}$

$\therefore \overline{AB}^2 . \overline{BC} - \overline{AM}^2 . \overline{BC} = \overline{BC} . \overline{BM} . \overline{MC}$

$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{AM}^2 = \overline{BM} . \overline{MC}$

RESPOSTA: $\overline{AB}^2 - \overline{AM}^2 = \overline{BM} \times \overline{MC}$

1a. QUESTÃO - ITEM 2

Valor 0,8

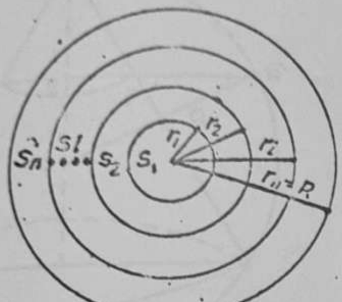
ENUNCIADO:

Dividida a área de um círculo de raio R, em $\underline{n}$ partes equivalentes, por meio de circunferências concêntricas de raios $r_1, r_2, r_3, \ldots$

........, r_i ,......, r_{n-1}, estabelecer o valor de r_i em função de R, n e i.

SOLUÇÃO: $S_1 = S_2 = S_3 \ldots = S_i = \ldots = S_n = \frac{St}{n}$

$\therefore S_1 = \frac{St}{n} \therefore \pi r_1^2 = \frac{\pi R^2}{n} \therefore r_1 = \frac{R}{\sqrt{n}} = R\sqrt{1/n}$



$\therefore S_2 = S_1 = \frac{St}{n} \therefore \pi(r_2^2 - r_1^2) = \frac{\pi R^2}{n}$

$\therefore r_2^2 - \frac{R^2}{n} = \frac{R^2}{n} \therefore r_2 = R\sqrt{2/n}$

$\therefore S_3 = S_1 = \frac{St}{n} \therefore \pi(r_3^2 - r_2^2) =$

$= \frac{\pi R^2}{n} \therefore r_3^2 - \frac{2R^2}{n} = \frac{R^2}{n} \therefore r_3 = R\sqrt{3/n} \therefore r_i = R\sqrt{i/n}$

RESPOSTA: $r_i = R\sqrt{i/n}$

1a. QUESTÃO - ITEM 3

Valor 0,8

ENUNCIADO:

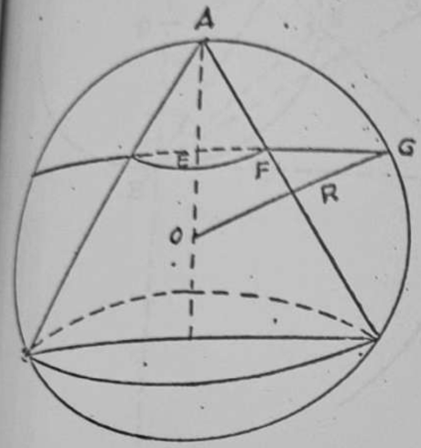
Um cone equilátero está inscrito em uma esfera de raio R=6. Deseja-se cortar os dois sólidos por um plano paralelo à base do cone, de tal forma que a diferença entre as áreas das seções obtidas seja igual a 2π. Qual a menor distância do vértice do cone a que deve passar êste plano ?

SOLUÇÃO:

$$\pi(\overline{EG}^2 - \overline{EF}^2) = 2\pi \therefore \overline{EG}^2 - \overline{EF}^2 = 2.$$

Sendo, $\overline{EG} = r_2$, e $\overline{EF} = r_1$

$$r_2^2 - r_1^2 = 2 \ldots (1)$$



Sendo $\overline{AE} = x$, tem-se no $\triangle$ OEG:

$(R - x)^2 + r_2^2 = R^2$

$\therefore (6 - x)^2 + r_2^2 = 36 \therefore r_2^2 = x(12-x) \ldots (2)$

Como, $\overline{AF} = 2r_1$, tem-se no $\triangle$ AEF:

$x^2 + r_1^2 = 4r_1^2 \quad \therefore x^2 = 3r_1^2 \ldots (3)$

$\therefore x(12-x) = 2 + x^2/3 \therefore x^2 - 9x + 1,5 = 0$

$\therefore x = \dfrac{9 \pm \sqrt{81-6}}{2} = \dfrac{9 \pm \sqrt{75}}{2} = \dfrac{9 \pm 5\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x_{min} = \dfrac{9 - 5\sqrt{3}}{2}$

RESPOSTA: $x_{min} = \dfrac{9 - 5\sqrt{3}}{2}$

1a. QUESTÃO - ITEM 4.

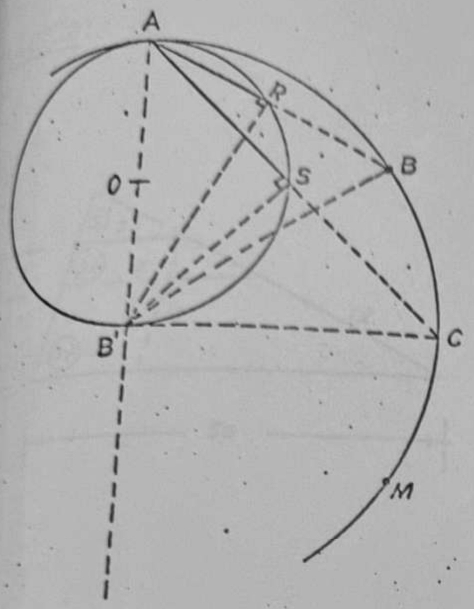
Valor 0,8

ENUNCIADO:

Sôbre uma circunferência toma-se um ponto qualquer A. A partir dêsse ponto, traçam-se retas secantes, tendo como comprimento o dôbro das respectivas cordas. Definir, provando, o lugar geométrico das extremidades das retas assim construídas.

SOLUÇÃO:

Sejam Δ_s AB'R e BB'R: êles são retângulos em R, pois o ângulo $\widehat{ARB'}$ está inscrito em uma semi circunferência,



Válida demonstração por homologia e tolerada a demonstração com prolongamento das cordas em outro sentido.

e são iguais, por terem dois catetos iguais.

Logo: $\overline{AB'} = \overline{BB'}$.

Sejam os Δ_s AB'S e BB'S:

com o mesmo raciocínio acima, conclue-se que:

$$\overline{AB'} = \overline{CB'} .$$

Logo, $\overline{BB'} = \overline{CB'} = \ldots = \overline{MB'}$ isto é, a distância do pt B' aos vários pontos obtidos pelo prolongamento das cordas, segundo o enunciado, é constante e o lugar geométrico pedido é uma circunferência de centro em B' e raio duplo ao da circunferência primitiva.

RESPOSTA:

É uma circunferência de centro em B' e raio duplo ao da circunferência primitiva.

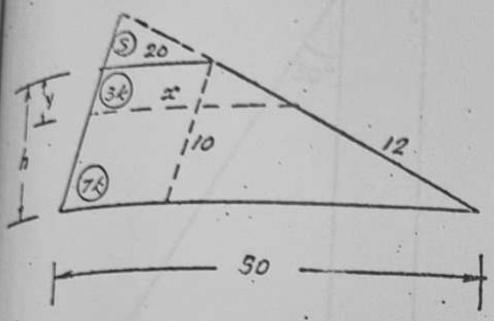
1a. QUESTÃO - ITEM 5

Valor 0,8

ENUNCIADO:

Dado um trapézio de b=20, B=30 e lados a=12, c=10, dividir a área dêsse trapézio por uma reta paralela às bases, de modo que as áreas resultantes sejam proporcionais a 3 e 7, sendo B a base da área maior. Calcular a distância y da reta divisora à base menor.

SOLUÇÃO:



Tem-se:

$$\frac{S}{20^2} = \frac{S + 3k}{x^2} = \frac{S + 10k}{30^2} \quad \dots (1)$$

$$\text{logo} \begin{cases} \dfrac{S}{20^2} = \dfrac{S + 3k}{x^2} = \dfrac{3k}{x^2-20^2} \quad \dots (2) \\[2ex] \dfrac{S+3k}{x^2} = \dfrac{S+10k}{30^2} = \dfrac{7k}{30-x^2} \quad \dots (3) \end{cases}$$

Igualando (2) e (3), obtem-se:

$$\frac{3}{x^2-20^2} = \frac{7}{30^2-x^2} \therefore 10x^2=5500 \therefore x=5\sqrt{22}.$$

Mas, $h = 2/10 \sqrt{16 \text{x} 6 \text{x} 6 \text{x} 4} = 48/5 = 9,6$

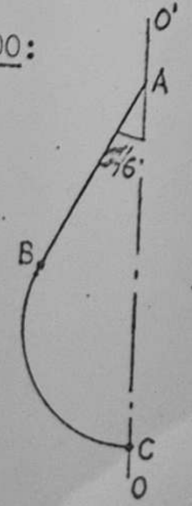
$$\frac{y}{h} = \frac{x-20}{10} \therefore \frac{y}{9,6} = \frac{5\sqrt{22}-20}{10} \therefore y = 4,8(\sqrt{22}-4) = 3,36$$

RESPOSTA: $y = 3,36$

2a. QUESTÃO -

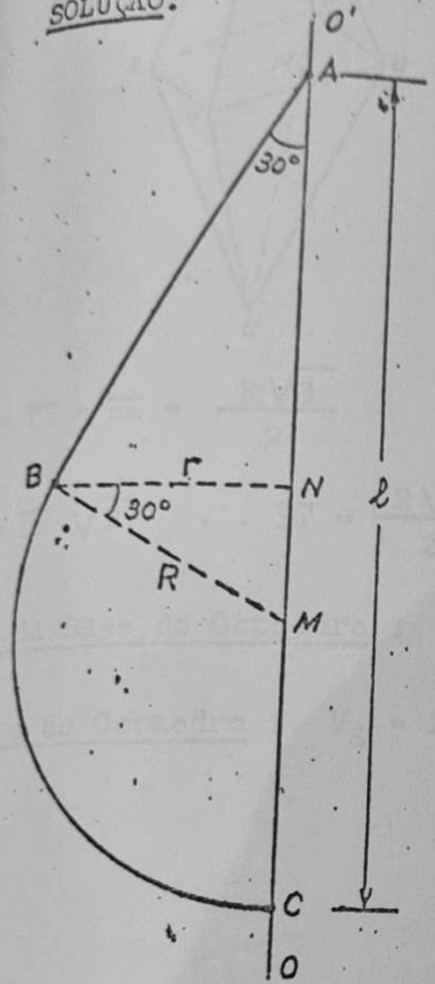
Valor 3,0

ENUNCIADO:



Na linha plana ABC da figura ao lado, o segmento de reta $\overline{AB}$ e o arco de circunferência $\overset{\frown}{BC}$ concordam em B. Em função de $\overline{AC} = \ell$, determinar a área total do sólido gerado pela revolução da linha ABC em tôrno do eixo $\overline{OO'}$ e o volume, máximo, de um octaedro que tem vértices em A e C e os outros sôbre a circunferência gerada pela revolução de B em tôrno do mesmo eixo.

SOLUÇÃO:



Cálculo da Área gerada por ABC

$\Delta ABM \ldots \overline{AM} = 2R \quad \therefore \ell = 3R$

$\Delta BMN \ldots \overline{MN} = R/2$

$\therefore r = \overline{BN} = \sqrt{R^2 - R^2/4} \quad \therefore r = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AM}^2 - \overline{BM}^2} \quad \therefore \overline{AB} = \sqrt{4R^2 - R^2}$

$\therefore \overline{AB} = R\sqrt{3}$

Área Gerada por $\overline{AB}$: $S_1 = \pi \times \overline{BN} \times \overline{AB}$

$\therefore S_1 = \pi \times \dfrac{R\sqrt{3}}{2} \times R\sqrt{3} = \dfrac{3}{2}\pi R^2$.

$\therefore S_1 = 1/6\, \pi \ell^2$

Área Gerada por $\widehat{BC}$: $S_2 = 2\pi R \times \overline{CN}$

$\therefore S_2 = 2\pi R \times \dfrac{3R}{2} = 3\pi R^2 \quad \therefore S_2 =$

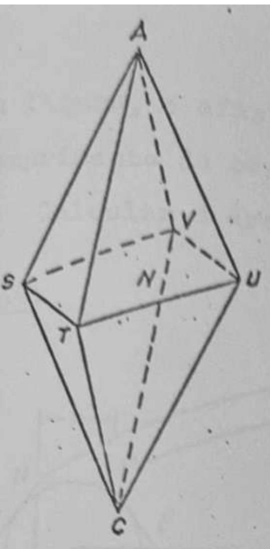
$= 1/3\, \pi \ell^2$

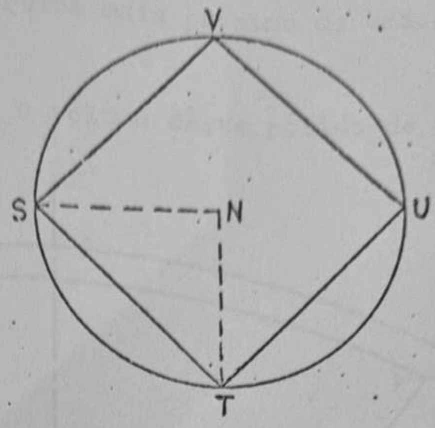
Área pedida : $S_t = S_1 + S_2 \quad \therefore S_t = 1/6\, \pi \ell^2 + 1/3\, \pi \ell^2$

$S_t = \pi \ell^2 / 2$

RESPOSTA: $A = \dfrac{\pi \ell^2}{2}$ u.a.

Volume do Octaedro





$\overline{SN} = \overline{TN} = \overline{BN} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

$\overline{ST} = \overline{SN}\sqrt{2} \quad \therefore \quad \overline{ST} = \dfrac{R\sqrt{6}}{2}$

Área da Base do Octaedro : $S_B = \overline{ST}^2 \;\therefore\; S_B = 3/2\, R^2 \;\therefore\; S_B = 1/6\, \ell^2$

Volume do Octaedro : $V_8 = 2 \times 1/3 \times S_B \times 1/2 \;\therefore\; V_8 = 2 \times 1/3 \times 1/6\, \ell^2$

$\therefore V_8 = \ell^3/18$

RESPOSTA:

$$V = \frac{\ell^3}{18} \text{ u.v.}$$

3a. QUESTÃO

Valor 3,0

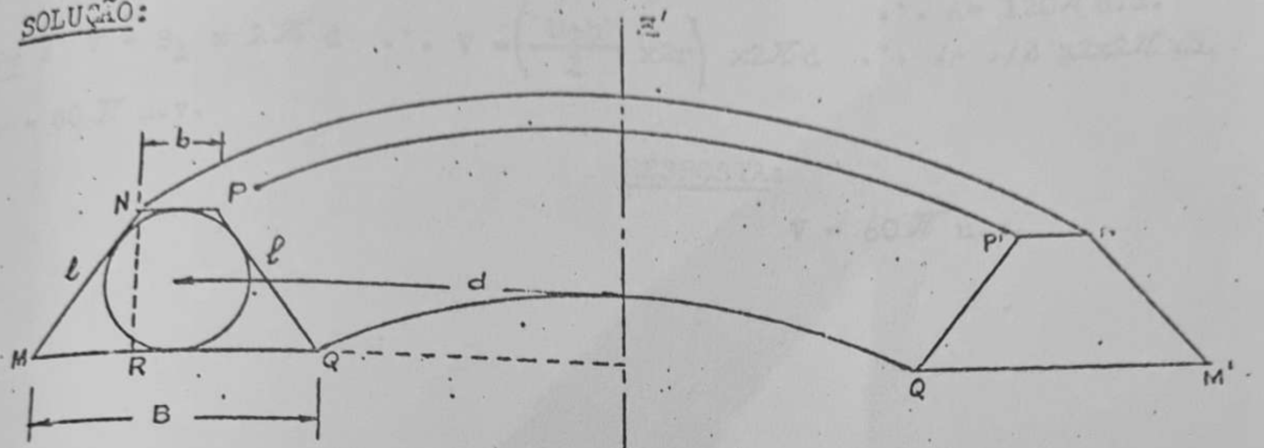
ENUNCIADO:

Em um trapézio isósceles de área $A_1 = 5$ está inscrito um círculo de área ... $= \pi$. Um sólido de revolução é gerado pela rotação do trapézio em torno de um eixo perpendicular às suas bases, contido no pla

no da figura, e afastado do vértice mais próximo de uma distância igu
ao comprimento da base maior.

Calcular a área total e o volume dêste sólido de revolução.

SOLUÇÃO:



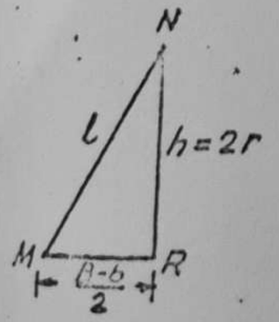
Cálculo da Área

$A_2 = \pi r^2 \quad \therefore \; r = 1$

$A_1 = \dfrac{B+b}{2} \times h \quad \therefore \; 5 = \dfrac{B+b}{2} \times 2$

$B + b = 5$

Porém, $B + b = 2\ell \quad \therefore \; \ell = 2{,}5$



$\ell^2 = \left(\dfrac{B-b}{2}\right)^2 + h^2 \quad \therefore \; 2{,}5^2 = \dfrac{(B-b)^2}{4} + 2^2$

$\therefore \; B - b = 3$

RESPOSTA: $A = 120\,\pi$ u.a.

$\begin{cases} B + b = 5 \\ B - b = 3 \end{cases} \quad \therefore \; \begin{cases} B = 4 \\ b = 1 \end{cases}$

$\therefore d = B + \dfrac{B}{2}$ $\quad\therefore d = \dfrac{3B}{2}$ $\quad\therefore d = \dfrac{3 \times 4}{2}$ $\quad\therefore d = 6$

Área : $A = P_1 \times 2\pi d$ $\quad\therefore A = (B+b+2\ell) \times 2\pi d$ $\quad\therefore A = 10 \times 2\pi \times 6$

$\therefore A = 120\pi$ u.a.

Volume : $V = S_1 \times 2\pi d$ $\quad\therefore V = \left(\dfrac{B+b}{2} \times 2r\right) \times 2\pi d$ $\quad\therefore V = 5/2 \times 2 \times 2\pi \times 6$

$\therefore V = 60\pi$ u.v.

RESPOSTA:

$V = 60\pi$ u.v.

PROVA DE TRIGONOMETRIA

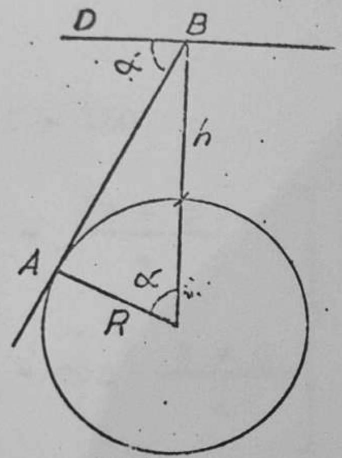
1a. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 0,5.

ENUNCIADO:

Um observador situado a h metros acima do nível do mar vê a linha do horizonte segundo um ângulo α com a horizontal. Calcular o raio da Terra, em função de h e α.

SOLUÇÃO:



$\overline{AC} = \overline{BC} \therefore \cos\alpha$

$R = (R + h) \cdot \cos\alpha$

RESPOSTA:

$$R = \frac{h \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

1a. QUESTÃO - ITEM 2

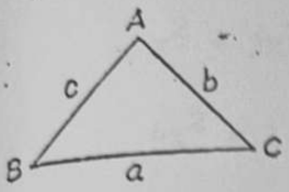
Valor 0,5

ENUNCIADO:

Dados, num triângulo qualquer, um lado a; a diferença dos outros dois lados $(b - c)$ e a diferença de dois ângulos $(B - C)$, calcular $\cos A/2$.

SOLUÇÃO:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} \therefore$$



$$\frac{b-c}{\text{sen } B - \text{sen } C} = \frac{a}{\text{sen } A}$$

$$\frac{b-c}{a} = \frac{\text{sen } B - \text{sen } C}{\text{sen } A}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{sen } B - \text{sen } C = 2 \text{ sen } \dfrac{B-C}{2} \cos \dfrac{B+C}{2} \\ \\ \text{sen } A = 2 \text{ sen } \dfrac{A}{2} \cos \dfrac{A}{2} \end{array}\right\} \therefore \frac{b-c}{a} = \frac{2\text{sen}\frac{B-C}{2} \cos \frac{B+C}{2}}{2\text{sen}\frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}$$

$$A + B + C = 180$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{A}{2} = 90 - \dfrac{B+C}{2} \\ \\ \text{sen } \dfrac{A}{2} = \cos \dfrac{B+C}{2} \end{array}\right\} \frac{b-c}{a} = \frac{\text{sen } \frac{B-C}{2}}{\cos \frac{A}{2}}$$

RESPOSTA:

$$\cos A/2 = \frac{a}{b-c} \text{ sen } \frac{B-C}{2}$$

1a. QUESTÃO - ITEM 3

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Calcular x na equação:

$$\text{arc sen } x + \text{arc sen } x\sqrt{3} = \pi/2$$

SOLUÇÃO:

Arcos complementares:

"seno de um = coseno do outro"

$x^2 + (x\sqrt{3})^2 = 1$

$x^2 + 3x^2 = 1$

$4x^2 = 1$

RESPOSTA: $x = 1/2$

1a. QUESTÃO – ITEM 4

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Determinar o arco negativo $\underline{x}$, de menor valor absoluto, que resolve $\operatorname{sen} x - \cos x = (\operatorname{sen} 2x - \cos 2x) - 1$

SOLUÇÃO:

$\operatorname{sen} x - \cos x = 2 \operatorname{sen} x \cos x - \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x.$

$\operatorname{sen} x - \cos x = 2 \operatorname{sen} x \cos x - 2 \cos^2 x$

$\operatorname{sen} x - \cos x = 2 \cos x(\operatorname{sen} x - \cos x)$

$2 \cos x = 1$

$\cos x = 1/2$

RESPOSTA: $x = -60^\circ$

1a. QUESTÃO – ITEM 5

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Dados $\begin{cases} \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1 \\ \operatorname{tg}(x + y) = 4/3 \end{cases}$

Calcular $\underline{\operatorname{tg} x}$ e $\underline{\operatorname{tg} y}$

SOLUÇÃO:

$$tg(x+y) = \frac{tg\,x + tg\,y}{1 - tg\,x\,tg\,y} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{1 - tg\,x\,tg\,y} = \frac{4}{3}$$

$1 - tg\,x\,tg\,y = 3/4 \quad \therefore \quad tg\,x\,tg\,y = 1/4$

$u^2 - u + 1/4 = 0 \quad \therefore \quad u = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-1}}{2}$

$u = 1/2$

RESPOSTA: $tg\,x = 1/2$

$tg\,y = 1/2$

1a. QUESTÃO - ITEM 6

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Determinar o menor arco positivo x que satisfaz a:

$$sen^4 x + cos^4 x - cos\ \pi/3 = 1/8$$

SOLUÇÃO:

$1 - 5/8 = 2\ sen^2 x\ cos^2 x$

$3 = 16\ sen^2 x\ cos^2 x$

$3 = 4\ (2\ sen\ x\ cos\ x)^2$

$3/4 = sen^2\ 2x$

$sen\ 2\ x = \pm\ \sqrt{3}/2$

$2x = 60^\circ$

RESPOSTA: $x = 30^\circ$

1a. QUESTÃO - ITEM 7

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Tornar a expressão $a+b/a-b$ (sendo $a \neq b$) calculável por logaritmos.

SOLUÇÃO:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{a(1+b/a)}{a(1-b/a)} = \frac{1+b/a}{1-b/a}$$

fazendo: $b/a = \operatorname{tg} \ell$ ...

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} 45 + \operatorname{tg} \ell}{\operatorname{tg} 45 - \operatorname{tg} \ell} = \frac{\dfrac{\operatorname{sen}(45+\ell)}{\cos 45 \cos \ell}}{\dfrac{\operatorname{sen}(45-\ell)}{\cos 45 \cos \ell}} = \frac{\operatorname{sen}(45+\ell)}{\operatorname{sen}(45-\ell)}$$

RESPOSTA:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{sen}(45+\ell)}{\operatorname{sen}(45-\ell)}$$

1a. QUESTÃO - ITEM 8

Valor 0,5

ENUNCIADO:

Calcular o menor valor de x positivo, em gráus, que satisfaz a igualdade:

$$x = \operatorname{arc} \cos \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)$$

SOLUÇÃO:

$$\cos x = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \qquad \cos x = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$\cos x = \sqrt{2}/4\ (\sqrt{3} - 1)\ \therefore\ \cos x = \sqrt{2}/2\ (\sqrt{3}/2 - 1/2)$

$\cos x = \sqrt{2}/2 \cdot \sqrt{3}/2 - \sqrt{2}/2 \cdot 1/2$

$\cos x = \cos 45 \cdot \cos 30 - \operatorname{sen} 45\ \operatorname{sen} 30$

$\cos x = \cos (45 + 30)$

$\cos x = \cos 75$

RESPOSTA: $x = 75°$

2a. QUESTÃO – ITEM 1

Valor 1,5

ENUNCIADO:

Calcular o menor arco positivo x, diferente de zero, que satisfaz a:

$$\operatorname{sen}^2 3x - \operatorname{sen}^2 2x = \operatorname{sen}^2 x$$

SOLUÇÃO:

Fatorando: $(\operatorname{sen} 3x + \operatorname{sen} 2x)(\operatorname{sen} 3x - \operatorname{sen} 2x) = \operatorname{sen}^2 x$.

Tornando calculável por logaritmos:

$$\left(2 \operatorname{sen} \frac{3x + 2x}{2} \cos \frac{3x - 2x}{2}\right)\left(2 \operatorname{sen} \frac{3x - 2x}{2} \cos \frac{3x + 2x}{2}\right) = \operatorname{sen}^2 x$$

$$2 \operatorname{sen} 5x/2 \cos x/2 \times 2 \operatorname{sen} x/2 \cos 5x/2 = \operatorname{sen}^2 x$$

$$(2 \operatorname{sen} 5x/2 \cos 5x/2)(2 \operatorname{sen} x/2 \cos x/2) = \operatorname{sen}^2 x$$

$$\operatorname{sen} 5x \cdot \operatorname{sen} x = \operatorname{sen}^2 x$$

$$\operatorname{sen} 5x = \operatorname{sen} x$$

$5x = x \quad \therefore \quad x = 0$ (não serve)

$5x = 180° - x$

$\therefore \quad x = 180/6 = 30°$

RESPOSTA: $x = 30°$

2a. QUESTÃO – ITEM 2

Valor 1,5

ENUNCIADO:

Em um triângulo qualquer ABC, calcular o valor da relação:

$$\frac{\operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C}$$

SOLUÇÃO:

$A + B + C = 180$

$\operatorname{sen} \left[(A + B) + C\right] = \operatorname{sen} 180 = 0 \quad \therefore$

$\operatorname{sen} (A + B) \cos C + \operatorname{sen} C \cos (A + B) = 0$

$\operatorname{sen} A \cos B \cos C + \operatorname{sen} B \cos A \cos C + \operatorname{sen} C \cos A \cos B =$

$= \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B \operatorname{sen} C$

Dividindo por $\cos A . \cos B . \cos C$:

$\therefore$

$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$

RESPOSTA:

$$\frac{\operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C}{\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C} = 1$$

3a. QUESTÃO - ITEM 1

Valor 1,0

ENUNCIADO:

Sendo $x > 45^o$, calcular os menores arcos positivos $\underline{x}$ e $\underline{y}$ que satisfazem:

$$\begin{cases} \text{sen } x - \cos^2 y = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2} \\ \text{sen}^2\, y - \cos x = 0 \end{cases}$$

SOLUÇÃO:

$$\text{sen } x + \cos x - (\text{sen}^2\, x + \cos^2 x) = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

$$\text{sen} x + \cos x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$\text{sen}^2\, x + 2 \text{ sen } x \cos x + \cos^2 x = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4}$$

$$2 \text{ sen } x \cos x = \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{4} - 1$$

$$\text{sen } 2x = \sqrt{3}/2$$

$$2x = \begin{cases} 120^o \\ 60^o \longleftarrow \text{ não serve} \end{cases}$$

$$\text{sen}^2\, y = \cos x = 1/2$$

$$\text{sen } y = \sqrt{2}/2$$

RESPOSTA:

$x = 60^o$

$y = 45^o$

3a. QUESTÃO - ITEM 2

Valor 2,0

ENUNCIADO:

Conhecidas as alturas $h_a = 1/9$, $h_b = 1/7$, $h_c = 1/4$ de um triângulo ABC, calcular os lados a, b, c, respectivamente opostos aos ângulos A. B. C.

SOLUÇÃO:

$$S = 1/2\ a.h_a = 1/2\ b.h_b = 1/2\ c.h_c$$

$$\frac{a}{1/h_a} = \frac{b}{1/h_b} = \frac{c}{1/h_c} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{9} = \frac{b}{7} = \frac{c}{4}$$

$$P = \frac{9+7+4}{2} = 10$$

$$\text{tg}\ A/2 = \sqrt{\frac{(10-7)\ (10-4)}{10\ (10-9)}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{tg}\ 2A = \frac{2\ \text{tg}\ A}{1-\text{tg}^2 A} \quad \therefore \quad \text{tg}\ A = \frac{2\ \text{tg}\ A/2}{1-\text{tg}^2 A/2} = \frac{2\ \frac{3\sqrt{5}}{5}}{1-\frac{9\text{x}5}{25}} = -\frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{tg}\ A = \frac{\text{sen}\ A}{\cos A} = -\frac{3\sqrt{5}}{2}\ ; \quad \frac{\text{sen}^2 A}{\cos^2 A} = \frac{45}{4} \quad \therefore \quad \text{sen}^2 A = \frac{49}{45}$$

$$\text{sen}\ A = 3\sqrt{5}/7$$

$$h_b = c\ \text{sen}\ A\ ; \quad 1/7 = c \times 3\sqrt{5}/7$$

$$c = \sqrt{5}/15$$

$$a/9 = b/7 = \frac{\sqrt{5}/15}{4} \quad \therefore \quad a = \frac{3\sqrt{5}}{20}$$

$$b = \frac{7\sqrt{5}}{60}$$

RESPOSTA:

$$a = \frac{3\sqrt{5}}{20} \qquad c = \frac{\sqrt{5}}{15}$$

$$b = \frac{7\sqrt{5}}{60}$$