MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
DEP — CTEx
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

1.º ANO

1982/1983

MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
DEP — C T Ex
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

IME

COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

1982/83

INSTRUÇÕES PARA REALIZAÇÃO DA PROVA DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

1. NÃO ASSINE A PROVA.
2. Utilize a caneta esferográfica fornecida pelo Grupo de Aplicação e Fiscalização. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas a lápis preto. Não use lápis de outras cores.
3. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente. Portanto, não será considerada resolução fora do local especificamente designado.
4. Não será fornecido material suplementar. A prova fornecida contém 2 (duas) folhas de papel para rascunho, o qual poderá ser feito também no verso das folhas de questões. Note-se, no entanto, que o rascunho não será levado em conta, para efeito de correção.
5. A interpretação das questões faz parte da resolução. São vedadas perguntas ao Grupo de Aplicação e Fiscalização.
6. A prova está sob a forma de caderno. Não é permitido destacar suas folhas. Ao entregar a prova devolva todo o material recebido.
7. Esta prova contém, além da capa e da presente folha de instruções, 13 (treze) folhas numeradas de 1 (um) a 13 (treze).
8. O tempo para solução desta prova é 4 (quatro) horas.
9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier. Seja sucinto, evitando divagações.

B O A S O R T E

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 1
			VALOR: 1,0

1a. QUESTÃO

Mostre que o lado do icoságono regular convexo é igual à diferença, dividida por $\sqrt{2}$, entre o lado do decágono regular estrelado e o lado do pentágono regular convexo. Todos os três polígonos estão inscritos em um mesmo círculo de raio r.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 2 (Continuação)

1a. QUESTÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 3

2a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Dada a equação

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - m\,\text{sen}^2 x = 0,$$

determine a condição a que deve satisfazer m para que ela tenha pelo menos uma solução x_0, tal que $0 < x_0 < 2\pi$.

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 4

3a. QUESTÃO — VALOR: 1,0

Consideram-se todos os pares de pontos do espaço M, M', tais que o ângulo $\widehat{MOM'} = 90^o$, sendo O um ponto fixo dado.

(Valor 0,5) a) Qual o lugar geométrico de M', sendo M e M' variáveis porém fixo o ponto médio I, de MM'?

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 5
3a. QUESTÃO			(Continuação)

(Valor 0,5) b) Considere outro ponto fixo O', tal que também $M\widehat{O'}M' = 90^o$. O ponto M sendo fixo, obtenha o lugar geométrico de M'.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 6
			VALOR: 1,5

4a. QUESTÃO

Em um triângulo ABC dá-se o ângulo $\hat{A}$, o raio do círculo ex-inscrito r_a (relativo ao ângulo $\hat{A}$) e a altura h_a (relativa ao lado a).

(Valor 0,8) a) Indique a construção do triângulo ABC e conclua daí a condição que deve haver entre os elementos dados para que a construção seja possível, isto é, para que exista o triângulo ABC, escaleno.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83 | GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA | FOLHA 7

(Continuação)

4a. QUESTÃO

(Valor 0,7) b) Deduza as expressões de a, b.c e de b + c, em função dos elementos dados.

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 8
			VALOR: 1,0

5a. QUESTÃO

É dada uma elipse de eixo focal 2a e excentricidade igual a $\sqrt{2/3}$. Essa elipse é seção de um cone de revolução: o ângulo que o plano da elipse forma com o eixo do cone é $\beta = 45^{o}$. Pede-se, em função de a, a distância do vértice V do cone ao plano da elipse.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83 | GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA | FOLHA 9

VALOR: 1,5

6a. QUESTÃO

São dadas duas superfícies cônicas de revolução, congruentes e de eixos paralelos. Seccionam-se essas duas superfícies por dois planos π e π' perpendiculares ao eixo de revolução, passando cada qual pelo vértice de uma das superfícies. Designam-se por (c) e (c') os cones resultantes situados entre os dois planos. Seja h a distância entre π e π'. Cortam-se (c) e (c') por um terceiro plano σ, paralelo a π e π', a uma distância variável x de π.

(Valor 0,7) a) Mostre que a soma dos perímetros das seções (k) e (k'), determinadas por σ em (c) e (c') é constante.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 10

6a. QUESTÃO (Continuação)

(Valor 0,8) b) Determine x de forma que a soma das áreas das duas seções (k) e (k') seja igual ao produto de um número real m pela área da base de um dos cones (c) ou (c'). Entre que valores poderá variar m?

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 11
			VALOR: 1,5

7a. QUESTÃO

Dados dois círculos externos de raios distintos, mostre que o conjunto de secantes que determinam em ambos cordas iguais, é tal que, cada uma dessas secantes é tangente à uma parábola, que se pede identificar.

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 12

8a. QUESTÃO VALOR: 1,5

Uma pirâmide de vértice V e base ABCD constitue a metade de um octaedro regular de aresta a.

(Valor 0,8) a) Determine em função de a, os raios das esferas medial (esfera que passa pelos pontos médios das arestas deste poliedro), circunscrita e inscrita;

SOLUÇÃO

IME – CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 13

8a. QUESTÃO (Continuação)

(Valor 0,7)

b) Marcam-se sobre VA e VB os segmentos VA' = VB' = x; marcam-se sobre VC e VD os segmentos VC' = VD' = y; Supõe-se que x e y variam sob a condição de x + y = a. Determine x e y, em função de a, de forma que a área do quadrilátero A' B' C' D' seja igual a $\frac{a^2}{4}$.

SOLUÇÃO