

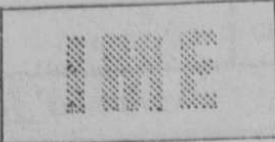
MINISTÉRIO DO EXÉRCITO
DEP – CTE_x
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA



GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

1.º ANO

1982/ 1983



COMISSÃO DE EXAME DE ESCOLARIDADE

1982/83

INSTRUÇÕES PARA REALIZAÇÃO DA PROVA DE GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

1. NÃO ASSINE A PROVA.
2. Utilize a caneta esferográfica fornecida pelo Grupo de Aplicação e Fiscalização. As figuras julgadas necessárias deverão ser feitas a lápis preto. Não use lápis de outras cores.
3. O espaço destinado à solução de cada questão é suficiente. Portanto, não será considerada resolução fora do local especificamente designado.
4. Não será fornecido material suplementar. A prova fornecida contém 2 (duas) folhas de papel para rascunho, o qual poderá ser feito também no verso das folhas de questões. Note-se, no entanto, que o rascunho não será levado em conta, para efeito de correção.
5. A interpretação das questões faz parte da resolução. São vedadas perguntas ao Grupo de Aplicação e Fiscalização.
6. A prova está sob a forma de caderno. Não é permitido destacar suas folhas. Ao entregar a prova devolva todo o material recebido.
7. Esta prova contém, além da capa e da presente folha de instruções, 13 (treze) folhas numeradas de 1 (um) a 13 (treze).
8. O tempo para solução desta prova é 4 (quatro) horas.
9. Leia os enunciados com atenção. Resolva as questões na ordem que mais lhe convier. Seja sucinto, evitando divagações.

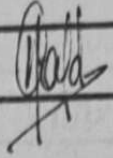
B O A S O R T E

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA	<i>Paiva</i>	FOLHA 1
			VALOR: 1,0

1a. QUESTÃO

Mostre que o lado do icoságono regular convexo é igual à diferença, dividida por $\sqrt{2}$, entre o lado do decágono regular estrelado e o lado do pentágono regular convexo. Todos os três polígonos estão inscritos em um mesmo círculo de raio r .

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 2
-----------------	---------------------------	---	---------

1a. QUESTÃO (Continuação)

[Faint, illegible text and mathematical equations are visible in this section, likely bleed-through from the reverse side of the page.]

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 3

2a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Dada a equação

$$\cos \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - m \operatorname{sen}^2 x = 0,$$

determine a condição a que deve satisfazer m para que ela tenha pelo menos uma solução x_0 , tal que $0 < x_0 < 2\pi$.

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 4

3a. QUESTÃO

VALOR: 1,0

Consideram-se todos os pares de pontos do espaço M, M' , tais que o ângulo $\widehat{MOM'} = 90^\circ$, sendo O um ponto fixo dado.

(Valor 0,5) a) Qual o lugar geométrico de M' , sendo M e M' variáveis porém fixo o ponto médio I , de MM' ?

SOLUÇÃO

(Continuação)

3a. QUESTÃO

(Valor 0,5) b) Considere outro ponto fixo O' , tal que também $\widehat{MO'M'} = 90^\circ$.
O ponto M sendo fixo, obtenha o lugar geométrico de M' .

SOLUÇÃO

solução

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 6

VALOR: 1,5

4a. QUESTÃO

Em um triângulo ABC dá-se o ângulo \hat{A} , o raio do círculo ex-inscrito r_a (relativo ao ângulo \hat{A}) e a altura h_a (relativa ao lado a).

(Valor 0,8)

- a) Indique a construção do triângulo ABC e conclua daí a condição que deve haver entre os elementos dados para que a construção seja possível, isto é, para que exista o triângulo ABC, escaleno.

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 7

(Continuação)

4a. QUESTÃO

(Valor 0,7)

b) Deduza as expressões de a , $b \cdot c$ e de $b + c$, em função dos elementos dados.

SOLUÇÃO

Handwritten signature

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA	FOLHA 8
-----------------	---------------------------	---------

VALOR: 1,0

5a. QUESTÃO

É dada uma elipse de eixo focal $2a$ e excentricidade igual a $\sqrt{2/3}$. Essa elipse é seção de um cone de revolução; o ângulo que o plano da elipse forma com o eixo do cone é $\beta = 45^\circ$. Pede-se, em função de a , a distância do vértice V do cone ao plano da elipse.

SOLUÇÃO

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 9

VALOR: 1,5

6a. QUESTÃO

São dadas duas superfícies cônicas de revolução, congruentes e de eixos paralelos. Seccionam-se essas duas superfícies por dois planos Π e Π' perpendiculares ao eixo de revolução, passando cada qual pelo vértice de uma das superfícies. Designam-se por (c) e (c') os cones resultantes situados entre os dois planos. Seja h a distância entre Π e Π' . Cortam-se (c) e (c') por um terceiro plano σ , paralelo a Π e Π' , a uma distância variável x de Π .

(Valor 0,7)

- a) Mostre que a soma dos perímetros das seções (k) e (k'), determinadas por σ em (c) e (c') é constante.

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 10

6a. QUESTÃO

(Continuação)

(Valor 0,8)

- b) Determine x de forma que a soma das áreas das duas seções (k) e (k') seja igual ao produto de um número real m pela área da base de um dos cones (c) ou (c'). Entre que valores poderá variar m ?

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83	GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA		FOLHA 11
			VALOR: 1,5

7a. QUESTÃO

Dados dois círculos externos de raios distintos, mostre que o conjunto de secantes que determinam em ambos cordas iguais, é tal que, cada uma dessas secantes é tangente à uma parábola, que se pede identificar.

SOLUÇÃO

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 12

8a. QUESTÃO

VALOR: 1,5

Uma pirâmide de vértice V e base $ABCD$ constitui a metade de um octaedro regular de aresta a .

(Valor 0,8)

- a) Determine em função de a , os raios das esferas medial (esfera que passa pelos pontos médios das arestas deste poliedro), circunscrita e inscrita;

SOLUÇÃO

IME - CEE 82/83

GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

FOLHA 13

8a. QUESTÃO

(Continuação)

(Valor 0,7)

- b) Marcam-se sobre VA e VB os segmentos $VA' = VB' = x$;
marcam-se sobre VC e VD os segmentos $VC' = VD' = y$;
Supõe-se que x e y variam sob a condição de $x + y = a$.
Determine x e y, em função de a, de forma que a área
do quadrilátero A' B' C' D' seja igual a $\frac{a^2}{4}$.

SOLUÇÃO