

IME - CEE 89/90	<i>1º ANO - CIVIS</i> GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA	FOLHA 3
---	--	---

<u>1ª</u> QUESTÃO	VALOR: 1,0
-------------------	------------

Determine o valor de

$$P = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$$

<u>2ª</u> QUESTÃO	VALOR: 1,0
-------------------	------------

Seja \overline{AB} um diâmetro de um círculo de centro O e raio R . Sobre o prolongamento de \overline{AB} escolhamos um ponto P ($PB < PA$). Partindo de P tomamos uma secante que corta o círculo nos pontos M e N ($PM < PN$), de modo que $\overline{PM} = \overline{AN} = R$.

- a) Mostre que a corda \overline{MB} é um lado de um polígono regular inscrito de dezoito lados.
- b) Encontre uma equação (do 3º grau) que determina a distância de P ao centro do círculo em função de R .

<u>3ª</u> QUESTÃO	VALOR: 1,0
-------------------	------------

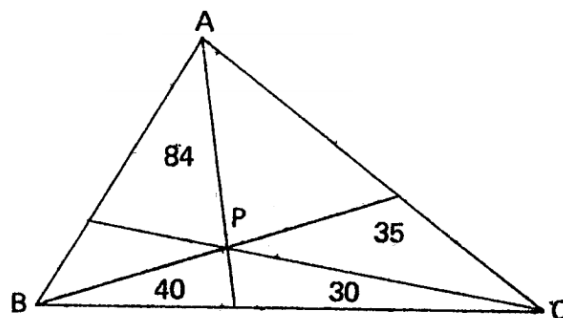
Considere uma esfera de raio R . Determine a figura geométrica à qual pertence o lugar geométrico dos vértices dos triedros nos quais as três arestas são tangentes a essa esfera e formam duas a duas, ângulos de 60° .

<u>4ª</u> QUESTÃO	VALOR: 1,0
-------------------	------------

Dois círculos de raios R e r são, ao mesmo tempo, bases de um tronco de cone e bases de dois cones opostos de mesmo vértice e mesmo eixo. Seja K a razão entre o volume do tronco e a soma dos volumes dos dois cones opostos e seja m a razão $\frac{R}{r}$. Determine m em função de K .

<u>5ª</u> QUESTÃO	VALOR: 1,0
-------------------	------------

Seja P um ponto no interior de um triângulo ABC , dividindo-o em seis triângulos, quatro dos quais têm áreas 40, 30, 35 e 84, como mostra a figura. Calcule a área do triângulo ABC .



6ª QUESTÃO

1º ANO - CIVIS - 89/90
GEOMETRIA E TRIGONOMETRIA

VALOR: 1,0

4

Seja um segmento fixo OA' de comprimento a e uma semi-reta variável Ox' , tal que $\widehat{AOx} = \alpha$, α ângulo agudo, pertencentes a um plano fixo π . Seja a perpendicular ao plano π em A e seja B pertencente a esta perpendicular tal que $AB = a$. Seja C o pé da perpendicular traçada de B sobre Ox . Pedidos:

- Qual a propriedade comum a todas as faces do tetraedro $OABC$?
- Calcule o comprimento das seis arestas de $OABC$ em função de a e α .
- Calcule o volume v do tetraedro em função de a e α .
- Determine α de modo que $v = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ (existem dois valores).
- Determine o volume comum aos dois sólidos encontrados no item anterior.

7ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

- Obtenha a expressão para $\operatorname{tg} 3\alpha$ em função de $\operatorname{tg} \alpha = x$.
- Utilize o item anterior para determinar as soluções da equação

$$x^3 - 3mx^2 - 3x + m = 0$$

onde m é um número real dado.

8ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Os lados de um triângulo estão em progressão aritmética e o lado intermediário mede l . Sabendo-se que o maior ângulo excede o menor em 90° , calcule a razão entre os lados.

9ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Prove que as tangentes ao círculo circunscrito a um triângulo, passando nos seus vértices, interceptam os lados opostos em três pontos colineares.

10ª QUESTÃO

VALOR: 1,0

Seja um triângulo ABC cujos lados são tangentes a uma parábola. Prove que o círculo circunscrito ao triângulo passa pelo foco.