PROVA DE MATEMÁTICA DO VESTIBULAR 1998/1999 DO INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

1ª Questão:	Valor : 1,0

Determine as raízes de $z^2 + 2iz + 2 - 4i = 0$ e localize-as no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$.

2ª Questão:	Valor : 1,0

Sejam as funções g (x) e h (x) assim definidas:

$g(x) = 3x - 4$; $h(x) = f(g(x)) = 9x^2 - 6x + 1$.

Determine a função f (x) e faça seu gráfico.

3ª Questão:	Valor : 1,0

Calcule o valor de $(1{,}02)^{-10}$, com dois algarismos significativos, empregando a expansão do binômio de Newton.

4ª Questão:	Valor : 1,0

Determine θ sabendo-se que:

(i) $\dfrac{1-\cos^4\theta}{1-\operatorname{sen}^4\theta} \cdot \dfrac{1+\operatorname{ctg}^2\theta}{1+\operatorname{tg}^2\theta} = \dfrac{2}{3}$;

(ii) $0 < \theta \leq 2\pi$ radianos.

5ª Questão:	Valor : 1,0

Determine α para que seja impossível o sistema:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (\alpha^2 - 14)z = \alpha + 2 \end{cases}$$

6ª Questão:	Valor : 1,0

Determine as possíveis progressões aritméticas para as quais o resultado da divisão da soma dos seus n primeiros termos pela soma dos seus 2n primeiros termos seja independente do valor de n.

7ª Questão:	Valor : 1,0

Determine uma matriz não singular P que satisfaça à equação matricial

$P^{-1}A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$.

8ª Questão:	Valor : 1,0

Seja o polinômio P (x) de grau (2n + 1) com todos os seus coeficientes positivos e unitários. Dividindo-se P (x) por D (x) , de grau 3 , obtém-se o resto R (x).

Determine R (x) , sabendo-se que as raízes de D (x) são raízes de $A(x) = x^4 - 1$ e que $D(1) \neq 0$.

PROVA DE MATEMÁTICA DO VESTIBULAR 1998/1999 DO INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

9ª Questão:	Valor : 1,0

Uma piscina de base retangular tem, em metros, as seguintes dimensões: base, 5 x 6 e altura, 3. Dois terços do volume da piscina são ocupados por água. Na superfície superior da água, forma-se uma pequena bolha de ar. A bolha de ar está eqüidistante das paredes de 5m de base. Em relação às paredes de 6m de base, sua posição é tal que a distância a uma das paredes é o dobro da distância à outra.

Estabeleça um sistema de coordenadas retangulares que tenha como origem um dos cantos interiores da piscina e como um dos planos coordenados a parede de base de 6m mais próxima da bolha. Em relação a este sistema, determine as coordenadas retangulares do ponto onde se encontra a bolha de ar.

10ª Questão:	Valor : 1,0

ABCD é um quadrado de lado ℓ , conforme figura abaixo . Sabendo-se que K é a soma dos quadrados das distâncias de um ponto P do plano definido por ABCD aos vértices de ABCD , determine:

i. o valor mínimo de K e a posição do ponto P na qual ocorre este mínimo;

ii. o lugar geométrico do ponto P para K = 4 ℓ^2 .