1ª QUESTÃO Valor 1,0

Calcule o determinante:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 7 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 9 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 13 \end{vmatrix}$$

2ª QUESTÃO Valor 1,0

Considere a, b, e c números reais tais que $a < b < c$. Prove que a equação abaixo possui exatamente duas raízes, x_1 e x_2, que satisfazem a condição: $a < x_1 < b < x_2 < c$.

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} = 0$$

3ª QUESTÃO Valor 1,0

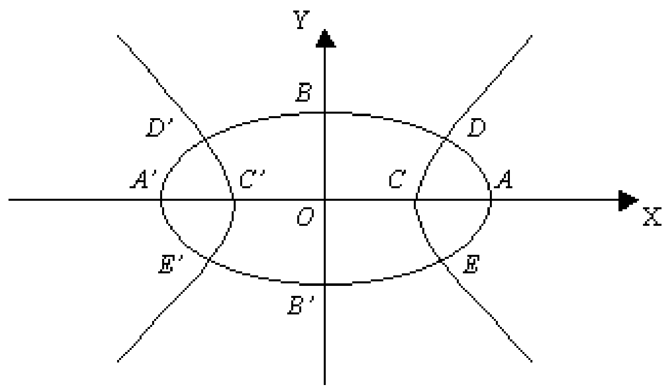
Represente graficamente a função:

$$F(\theta) = \frac{1}{1 + \operatorname{sen}^2\theta} + \frac{1}{1 + \cos^2\theta} + \frac{1}{1 + \sec^2\theta} + \frac{1}{1 + \operatorname{cossec}^2\theta}$$

4ª QUESTÃO Valor 1,0

Calcule as coordenadas dos pontos de interseção da elipse com a hipérbole, representadas na figura abaixo, sabendo-se que:

a. os pontos C e C' são os focos da elipse e os pontos A e A' são os focos da hipérbole;
b. BB' é o eixo conjugado da hipérbole;
c. $OB = OB' = 3$ m e $OC = OC' = 4$ m.



5ª QUESTÃO Valor 1,0

Determine o polinômio em *n*, com no máximo 4 termos, que representa o somatório dos quadrados dos *n* primeiros números naturais $\left(\sum_{k=1}^{n} k^2\right)$.

6ª QUESTÃO Valor 1,0

Seja o conjunto:

$D = \{ (k_1, k_2) \mid 1 \le k_1 \le 13;\ 1 \le k_2 \le 4;\ k_1, k_2 \in \mathbb{N} \}$.

Determine quantos subconjuntos $L = \{ (x_1,x_2), (y_1,y_2), (z_1,z_2), (t_1,t_2), (r_1,r_2) \}$, $L \subset D$, existem com 5 (cinco) elementos distintos, que satisfazem simultaneamente as seguintes condições:

a) $x_1 = y_1 = z_1$;
b) $x_1 \ne t_1,\ x_1 \ne r_1,\ t_1 \ne r_1$.

7ª QUESTÃO Valor 1,0

As arestas laterais de uma pirâmide regular com *n* faces têm medida *l*. Determine:

a. a expressão do raio do círculo circunscrito à base, em função de *l*, de modo que o produto do volume da pirâmide pela sua altura seja máximo;
b. a expressão desse produto máximo, em função de *l* e *n*.

8ª QUESTÃO Valor 1,0

As medianas *BE* e *CF* de um triângulo *ABC* se cortam em *G*. Demonstre que $tg\, B\hat{G}C = \dfrac{12\, S}{b^2 + c^2 - 5a^2}$, onde *S* é a área do triângulo *ABC*; *AC*=*b*; *AB*=*c* e *BC*=*a*.

9ª QUESTÃO Valor 1,0

Três jogadores, cada um com um dado, fizeram lançamentos simultâneos. Essa operação foi repetida cinquenta vezes. Os dados contêm três faces brancas e três faces pretas. Dessas 50 vezes :

a. em 28 saiu uma face preta para o jogador I;
b. em 25 saiu uma face branca para o jogador II;
c. em 27 saiu uma face branca para o jogador III;
d. em 8 saíram faces pretas para os jogadores I e III e branca para o jogador II;
e. em 7 saíram faces brancas para os jogadores II e III e preta para o jogador I;
f. em 4 saíram faces pretas para os três jogadores;
g. em 11 saíram faces pretas para os jogadores II e III.

Determine quantas vezes saiu uma face preta para pelo menos um jogador.

10ª QUESTÃO Valor 1,0

Considere quatro números inteiros *a, b, c* e *d*. Prove que o produto:
(a-b) (c-a) (d-a) (d-c) (d-b) (c-b)
é divisível por 12 .