



CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CONCURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
2021 / 2022
QUESTÕES DE 1 A 15
MATEMÁTICA



1ª QUESTÃO

Valor: 0,25

Seja o sistema

$$\begin{cases} 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 = 6x_4 - 1 \\ 3x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_4^2 = 6x_3 - 1 \\ 3x_1^2 + 3x_3^2 + 3x_4^2 = 6x_2 - 1 \\ 3x_2^2 + 3x_3^2 + 3x_4^2 = 6x_1 - 1 \end{cases}$$

O valor de $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ é:

- (A) 12 (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) 9

2ª QUESTÃO

Valor: 0,25

Seja B o conjunto de todos os valores de $x \in \mathbb{R}$ para os quais a soma dos termos da progressão

$$-\frac{4}{3x}, \frac{16}{9x^2}, -\frac{64}{27x^3}, \frac{256}{81x^4}, \dots$$

assume um valor finito. Define-se a função $f : B \rightarrow \mathbb{R}$, para cada $x \in B$, tal que

$$f(x) = -\frac{4}{3x} + \frac{16}{9x^2} - \frac{64}{27x^3} + \frac{256}{81x^4} - \dots$$

A soma das raízes da equação $f(x) = -x$, $x \in B$, é:

- (A) 0 (B) -2 (C) -4/3 (D) 2/3 (E) 4/3

3ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Considere o conjunto de todas as retas que são secantes ao gráfico da função

$$f(x) = \ln \left(\left| -\frac{7}{12} + x - x^2 \right|^{3x-1} \right)$$

e que passam pelo ponto $\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}\right) \right)$.

O menor valor dentre os coeficientes angulares das retas desse conjunto é:

- (A) $-3 \ln(3)$ (B) $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{3}\right)$ (C) $3 \ln\left(\frac{13}{36}\right)$ (D) 0 (E) $\frac{1}{2}$

4ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros satisfazem a equação $1/x + 1/y = 1/23$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Seja $\alpha \in \mathbb{R}$ e z_1, z_2, z_3 números complexos tais que $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 4$ e $z_1 \neq z_2$. O menor valor de $|\alpha z_1 - (\alpha - 1)z_2 - z_3|$, é:

- (A) $\frac{1}{8}|z_1 + z_2|$
(B) $\frac{1}{4}|z_1 - z_2|$
(C) $\frac{1}{8}|z_3 - z_1||z_3 - z_2|$
(D) $\frac{1}{4}|z_1 - z_2 - z_3|$
(E) $|z_3|$

6ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Seja o número complexo $z = (1 - 2\sqrt{2}i)^{12}$. Sabe-se que $m = |z|$. O valor de x na expressão $2x = \log_m(27m)$ é:

- (A) 15/14 (B) 5/14 (C) 5/8 (D) 15/4 (E) 3/8

7ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Seja a equação do terceiro grau em x :

$$x^3 + p_1x^2 + p_2x + p_3 = 0$$

onde $p_1 < p_2 < p_3$ são números primos menores que 100. Para que a razão entre a soma e o produto das raízes da equação seja a maior possível, o valor de $p_2 + p_3$ deve ser:

- (A) 144 (B) 152 (C) 162 (D) 172 (E) 196

8ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Os valores para s e t são escolhidos no intervalo $(0, r)$, tais que $s + t < r$. Considere três segmentos de reta com comprimentos s , t e $r - s - t$. Qual a probabilidade desses segmentos formarem um triângulo?

- (A) 2/3 (B) 1/2 (C) 1/3 (D) 1/4 (E) 3/4

9ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Considere o quadrado de lado L apresentado na Figura A. Ao aplicar uma determinada operação de corte, obtem-se a Figura B e repetindo a operação, em cada quadrado remanescente, obtem-se a Figura C. Qual será a área remanescente, a partir da quadrado da Figura A, ao final de 10 operações?



Figura A

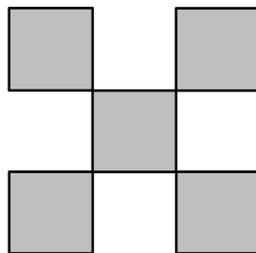


Figura B

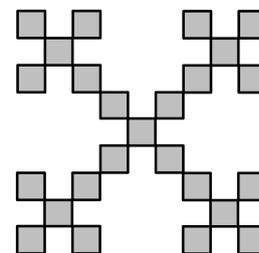


Figura C

- (A) $\frac{5^9 L^2}{9^9}$
 (B) $\frac{5^{10} L^2}{9^{10}}$
 (C) $\frac{5^{11} L^2}{9^{11}}$
 (D) $\left(\frac{9^{10} - 5^{10}}{9^{10}}\right) L^2$
 (E) $\left(\frac{5^{10} - 9^{10}}{9^{10}}\right) L^2$

10ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Considere as propriedades dos coeficientes binomiais. Qual das seguintes identidades está incorreta?

(A) $\binom{100}{0}^2 + \binom{100}{1}^2 + \dots + \binom{100}{100}^2 = \binom{200}{100}^2$

(B) $\binom{100}{39} + \binom{100}{40} = \binom{101}{40}$

(C) $2 \times 1 \times \binom{100}{2} + 3 \times 2 \times \binom{100}{3} + 4 \times 3 \times \binom{100}{4} + \dots + 100 \times 99 \times \binom{100}{100} = 9900 \times 2^{98}$

(D) $\binom{100}{1} + 2 \times \binom{100}{2} + 3 \times \binom{100}{3} + \dots + 100 \times \binom{100}{100} = 100 \times 2^{99}$

(E) $1 - \binom{100}{1} + \binom{100}{2} - \binom{100}{3} + \dots + \binom{100}{100} = 0$

11ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Seja a matriz quadrada A de ordem 2021 cujo o elemento da linha i e coluna j é

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = 1 \text{ ou } i \neq j \\ 0, & \text{se } i = j \neq 1 \end{cases}$$

com $i, j \in \{1, 2, \dots, 2021\}$. O valor do determinante de A é:

- (A) -2021 (B) 2021 (C) 0 (D) 1 (E) -1

12ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Para cada número n natural, seja a função real $f_n(x)$ definida para cada $x \in \mathbb{R}$, tal que $x \neq (k+1)\pi/2, \forall k \in \mathbb{Z}$, de forma que:

$$f_n(x) = \frac{[\operatorname{tg}(x)]^n + 1}{n[\operatorname{sec}(x)]^n}$$

A função $g(x)$ que atende $g(x) = f_6(x) - f_4(x) + \frac{1}{3}$ é:

- (A) $\cos(x) + 3$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\operatorname{sen}(x) - 2$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\operatorname{tg}(x) - \frac{1}{3}$

13ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Considere o ponto $A(-4, 2)$ e B um ponto variável sobre o eixo das ordenadas. Traçam-se as retas AB e por B , a perpendicular a AB que intercepta o eixo das abscissas em C . Seja a equação do lugar geométrico do ponto de interseção da perpendicular ao eixo das abscissas traçada por C com a perpendicular ao eixo das ordenadas traçada por B . A equação desse lugar geométrico é:

- (A) $x^2 = 4y + 1$
- (B) $y^2 = 4x$
- (C) $y = -x + 2$
- (D) $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- (E) $(y - 1)^2 = 4x + 1$

14ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Considere os triângulos $\triangle ABC$ em que $\overline{BC} = 32$ e $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = 3$. O maior valor possível para a altura relativa ao lado \overline{BC} é:

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

15ª QUESTÃO**Valor: 0,25**

Seja o cone de revolução de raio de base R e altura $\frac{3R}{2}$ com a base apoiada em um solo horizontal.

Um ponto luminoso está localizado a uma altura $3R$ do solo e distante, horizontalmente, $2R$ do centro da base do cone. A área S da região iluminada no cone é:

- (A) $\pi R^2 \sqrt{13}$
- (B) $2\pi R^2 \frac{\sqrt{13}}{3}$
- (C) $\pi R^2 \frac{\sqrt{13}}{2}$
- (D) $\pi R^2 \frac{\sqrt{13}}{3}$
- (E) $\frac{13}{4} \pi R^2$

Gabarito oficial dos testes

TESTE 01 – ANULADA

TESTE 02 – Alternativa B

TESTE 03 – Alternativa A

TESTE 04 – Alternativa E

TESTE 05 – Alternativa C

TESTE 06 – Alternativa C

TESTE 07 – Alternativa A

TESTE 08 – Alternativa D

TESTE 09 – Alternativa B

TESTE 10 – Alternativa A

TESTE 11 – Alternativa D

TESTE 12 – Alternativa B

TESTE 13 – Alternativa E

TESTE 14 – Alternativa E

TESTE 15 – Alternativa D