CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2024/2025

1ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Dado $P(x) = \text{cossec}^2(\alpha) \cdot x^2 - \text{cotg}(\alpha) \cdot x + \cos(\alpha)$.
Para que valores de α, no intervalo $(0, \pi)$, as raízes de $P(x)$ são reais?

2ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

A equação $x^3 - \alpha x + \beta = 0$, onde α e β são constantes reais, admite raiz não real de módulo γ.
Determine α em função de β e γ.

3ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Há três casas numeradas pelos números naturais k, m e n, onde $0 < k < m < n$. Três pessoas A, B e C as alugam por temporada com ocupação por sorteio. A cada sorteio cada pessoa recebe um valor em reais correspondente ao número da casa a si alocada. Depois do último sorteio A, B e C têm, acumulado, respectivamente, 10, 9 e 14 reais. Sabe-se que foram realizados pelo menos 2 sorteios e que no último deles B recebeu n reais.
Quais são os números das casas?

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Determine as raizes complexas da equação abaixo, onde $i^2 = -1$.

$$\frac{x^2 + \dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2}}{x + 1} \cdot \frac{x^2 + \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}}{x - 1} = \frac{16}{\left(x^2 - 1\right)^2}$$

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Prove que o volume de um prisma triangular é igual ao semiproduto da área de uma face lateral pela distância desta face à sua aresta oposta.

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Sejam as matrizes A e B abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}\left(\dfrac{4x+\pi}{8}\right) & 3 \\ \text{sen}\left(\dfrac{4x+\pi}{8}\right) & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} -1/2 & 3 & -2 \\ 2 & -1/2 & \text{sen}(\dfrac{4x-\pi}{8}) \\ 1/2 & \text{sen}(\dfrac{4x-\pi}{8}) & -1/2 \end{bmatrix}$$

Determine os valores de x pertencentes ao intervalo $[0, 2\pi]$ tais que $\det(2AB + A - 2B - I) = 0$.

7ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere o polinômio $P(x) = \left(\dfrac{x^{2025}-1}{x-1}\right)^{2025}$.
Determine o coeficiente de x^3 em $P(x)$.

8ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja α uma semicircunferência de diâmetro AB contida no primeiro quadrante, sendo $A = (0, 0)$ e $B = (x_B, 0)$. A reta t tangencia α no ponto $T = (x_T, y_T)$ e intercepta o eixo x no ponto $C = (x_C, 0)$, $x_c > x_B$. Com o centro em T, traça-se uma circunferência de raio TH, $H = (x_T, 0)$. Essa circunferência corta a reta t nos pontos $D = (x_D, y_D)$ e $E = (x_E, y_E)$. Sabe-se que $x_D < x_B < x_E$, $BC = 5$ e $HB = 4$.
Determine as coordenadas de D.

9ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Sejam 3 pontos colineares A, B e C tais que $AB \neq BC$. Cada par de circunferências de mesmo raio, uma passando por A e B e outra por B e C, se interceptam em B e M.
Determine o lugar geométrico do ponto M.

10ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Considere o seguinte subconjunto A do conjunto dos números complexos $\mathbb{C}$.:

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{z-1}{z+1} \right|^n \leq k - 1 \right\},$$

onde $k > 1$ é um número real dado.
Determine o valor máximo de $|z|$ para $z \in A$.