IME – 1971 – ÁLGEBRA

O GLOBO, 13/12/71, págs. 46 e 47

1ª QUESTÃO
Valor: 0,4

ENUNCIADO: Assinale abaixo o valor da expressão

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{5x}$$

A – e^{10} (X)
B – $e^{2/5}$ ( )
C – $e^{5/2}$ ( )
D – 1 ( )
E – $e^{1/10}$ ( )
F – N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{5x} = e^{\lambda}$$, onde:

$$\lambda = \lim_{x\to\infty} 5x\left(\frac{2}{x}\right) = 10$$

Logo:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{5x} = e^{10}$$

2ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Indique abaixo o valor da expressão

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log_e (1-x)}{\text{sen } x}$$

A- e ( )

B- 0 ( )

C- -1 (X)

D- 1 ( )

E- $-e$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log_e (1-x)}{\text{sen } x} = \lim_{x \to 0} \frac{-x}{x} = -1$$

3ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Assinale abaixo o valor da expressão

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

A- $1/\sqrt{2}$ (X)

B- $\sqrt{2}$ ( )

C- 2 ( )

D- 1/2 ( )

E- $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2\sqrt{2+x}}+\frac{1}{2\sqrt{2-x}}}{\frac{1}{2\sqrt{1+x}}+\frac{1}{2\sqrt{1-x}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} //$$

4ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Assinale abaixo o valor que deve ser atribuído à função $y = \frac{1}{x}\,\text{sen}\,\pi x$ no ponto de abcissa $x=0$ para tornar a mesma contínua no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

A- 1 ( )
B- $1/\pi$ ( )
C- π (X)
D- $\pi/2$ ( )
E- 0 ( )
F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$y = \frac{1}{x}\,\text{sen}\,\pi x$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\,\text{sen}\,\pi x = \lim_{x\to 0} \frac{\pi x}{x} = \pi$$

Logo: $f(0) = \pi$

5ª QUESTÃO

Valor: 0,1

ENUNCIADO: No plano xy uma curva é definida pelas equações

$$x = 10 + 6 \cos 2t$$
$$y = -6 \operatorname{sen} 2t$$

Marcar abaixo o coeficiente angular de uma reta que tangencia a curva dada num ponto de abcissa $x = 13$ e de ordenada $y > 0$.

A- $+1/\sqrt{3}$ ( )
B- $+\sqrt{3}$ ( )
C- $-\sqrt{3}$ ( )
D- $-1/\sqrt{3}$ (X)
E- $3\sqrt{3}$ ( )
F- N.R.A. ( )

$$\left.\begin{array}{l} x = 10 + 6\cos 2t \\ y = -6 \operatorname{sen} 2t \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} dx = -12 \operatorname{sen} 2t \cdot dt \\ dy = -12 \cos 2t \cdot dt \end{array}$$

Logo $\dfrac{dy}{dx} = \operatorname{cotg} 2t$

Fazendo $x = 13$, vem: $13 = 10 + 6 \cos 2t$

$\therefore \cos 2t = \dfrac{1}{2}$

Fazendo $y > 0$, vem: $\operatorname{sen} 2t < 0 \Rightarrow \operatorname{ctg} 2t < 0$

Logo: $\operatorname{ctg} 2t = \dfrac{-\sqrt{3}}{3}$

Então: $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

6ª QUESTÃO

Valor: 0,1

ENUNCIADO: Um corpo se move no plano xy descrevendo a trajetória $y = Ax^2 - C$. Sua projeção no eixo dos x se move com a velocidade de B u.v. (unidades de velocidade). A velocidade da projeção vertical será, portanto.

A- $2Ax$ ( )

B- $2Ax+B$ ( )

C- $2ABx$ (X)

D- $2Ax-B$ ( )

E- $2\frac{A}{B}x$ ( )

F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO:

$$y = Ax^2 - C$$

$$\frac{dy}{dt} = 2Ax\frac{dx}{dt}$$

Como $V_y = \frac{dy}{dt}$ e $V_x = \frac{dx}{dt}$, vem:

$$V_y = 2Ax V_x$$

Sabemos que $V_x = B$,

Logo: $V_y = 2ABx$ //

7ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Dada a função $z = \frac{u^v}{v^u}$ onde $u = \frac{1}{3}x^3$ e $v = x^2$, assinalar entre os valores abaixo, o correspondente a $\frac{dz}{dx}$ no ponto em $x = 1$.

A- $-\frac{3}{2}\log_e 2-\frac{7}{9}$ ( )

B- $\frac{3}{2}\log_e 3+\frac{7}{9}$ ( )

C- $-\frac{2}{3}\log_e 3+\frac{7}{9}$ (X)

D- $\frac{2}{3}\log_e 3-\frac{7}{9}$ ( )

E- $-\frac{2}{3}\log_e 2+\frac{9}{7}$ ( )

F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO: $$Z = \frac{(1/3\ x^3)^{x^2}}{(x^2)^{\frac{x^3}{3}}}$$

$$\ln Z = x^2 \ln \frac{x^3}{3} - \frac{2x^3}{3}\ln x$$

$$\frac{Z'}{Z} = 2x \ln \frac{x^3}{3} + x^2 \cdot \frac{x^2}{x^3/3} - 2x^2 \ln x - \frac{2x^3}{3x}$$

$$x=1 \Rightarrow Z = 1/3$$

Logo, para $x=1$, temos:

$$Z' = \frac{1}{3}\left[2\cdot 1 \cdot \ln\frac{1}{3} + 3 - 2\cdot 1 \ln 1 - \frac{2}{3}\right]$$

$$Z' = -\frac{2}{3}\ln 3 + \frac{7}{9}$$ //.

8ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$2^{y+1} - \frac{7}{2^{y-1}} + 2^{y-2} = \frac{1}{2^{y-2}}$$

e assinalar abaixo o seu resultado.

A- $y=1,2$ ( )
B- $y=1,5$ (X)
C- $y=2$ ( )
D- $y=0,3$ ( )
E- $y=0,5$ ( )
F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$2^{y+1} - \frac{7}{2^{y-1}} + 2^{y-2} = \frac{1}{2^{y-2}}$$

Fazendo $2^y = x$, vem:

$$2x - \frac{14}{x} + \frac{x}{4} = \frac{4}{x}$$

$$8x^2 - 56 + x^2 = 16$$

$$9x^2 = 72 \quad \therefore \quad x^2 = 8 = 2^3$$

Mas: $x^2 = 2^{2y}$

Então:

$$2^{2y} = 2^3 \quad \therefore \quad 2y = 3 \Rightarrow y = 1,5$$

9ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$y^4 - 16 = 0$$

e assinalar abaixo o conjunto de suas raízes.

A- $\begin{cases} +2, -2 \\ i, -i \end{cases}$ ( )

B- $\begin{cases} +2, -2 \\ -2i, +2i \end{cases}$ (X)

C- $\begin{cases} +2, -2 \\ +2i, -2i \end{cases}$ ( )

D- $\begin{cases} +2, -2 \\ -i, +2i \end{cases}$ ( )

E- $\begin{cases} +2, -2 \\ +2i, i \end{cases}$ ( )

D- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: $y^4 - 16 = 0$

$y^4 = 16 \therefore y^2 = \pm 4$

Logo: $y = 2$

$y = -2$

$y = 2i$

$y = -2i$

10ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação e assinalar abaixo o resultado

$$3^{\log_3 x^2} - 4 \; 3^{\log_3 x} + 3 = 0$$

A- $x_1 = 2; x_2 = 3$ ( )

B- $x_1 = 0; x_2 = 1$ ( )

C- $x_1 = 1; x_2 = -1$ ( )

D- $x_1 = 0,5; x_2 = 1,0$ ( )

E- $x_1 = 2; x_2 = 0$ ( )

F- N. R. A. (X)

SOLUÇÃO: $3^{\log_{10} x^2} - 4 \times 3^{\log_{10} x} + 3 = 0$

Para $x > 0$, temos:

$$3^{2\log_{10} x} - 4 \times 3^{\log_{10} x} + 3 = 0$$

Fazendo: $3^{\log_{10} x} = y$, vem:

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-1)(y-3) = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ ou } y = 3$$

Para $y = 1$:

$$3^{\log x} = 1 \quad \therefore \quad x = 1$$

Para $y = 3$:

$$3^{\log x} = 3 \quad \therefore \quad x = 10$$

11ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Achar o limite da soma dos têrmos da série abaixo. (O valor absoluto de a é maior que 1).

$$\frac{a}{a} + \frac{2a}{a^2} + \frac{3a}{a^3} + \frac{4a}{a^4} + \dots$$

A- $a+1$ ( )

B- $\frac{a-1}{a}$ ( )

C- $a-1$ ( )

D- $\frac{a}{a-1}$ ( )

E- $\left(\frac{a}{a-1}\right)^2$ (X)

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: $S = \frac{a}{a} + \frac{2a}{a^2} + \frac{3a}{a^3} + \frac{4a}{a^4} + \cdots$

$S = 1 + \frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{4}{a^3} + \cdots$

Fazendo $\frac{1}{a} = x \Rightarrow |x| < 1$

Seja a série:

$$x + x^2 + x^3 + x^4 + \cdots = \frac{x}{1-x}$$

Derivando:

$$S = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Logo:

$$S = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{a}\right)^2} = \left(\frac{a}{a-1}\right)^2$$ //

12ª QUESTÃO,

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolva o sistema de equações abaixo.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{1-x+2y} - \dfrac{1}{x+2y-1} = 0 \\[2ex] \dfrac{1}{\dfrac{1}{1-x+2y} - \dfrac{1}{1-x-2y}} = 2 \end{cases}$$

A- $x=1$; $y=2$ (X)

B- $x=\frac{1}{0}$; $y=\frac{1}{0}$ ( )

C- $x=2$; $y=2$ ( )

D- $x=2$; $y=-1$ ( )

E- $x=0$; $y=1$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: Seja $z = 1 - x + 2y$ e $w = x + 2y - 1$

Então:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{z} - \dfrac{1}{w} = 0 \\[2mm] \dfrac{1}{z} + \dfrac{1}{w} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{z} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix} z = 4 \\ w = 4 \end{matrix}$$

Logo:

$$\begin{cases} 1 - x + 2y = 4 \\ -1 + x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x = 1 \\ y = 2 \end{matrix}$$

13ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Verifique a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}^3\left(\frac{1}{n}\right)$$

A- DIVERGENTE ( )	D- OSCILANTE ( )
B- HARMÔNICA ( )	E- ALTERNADA ( )
C- CONVERGENTE (X)	F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}^3\left(\frac{1}{n}\right)$ para cada $n \in \mathbb{N}$

$\therefore \operatorname{sen} \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n}$

Logo $\operatorname{sen}^3 \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n^3}$

Como a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ é convergente

Então a série $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}^3\left(\frac{1}{n}\right)$ é convergente//

14ª QUESTÃO
Valor: 0,1

ENUNCIADO: Verifique a convergência da série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\, e^n}{n^n}$$

A- HARMÔNICA ( )
B- DIVERGENTE (X)
C- ALTERNADA ( )
D- CONVERGENTE ( )
E- OSCILANTE ( )
F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: O desenvolvimento em série de $\ln(1+x)$ fornece: $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$

Pelo critério de Raabe:

$$n\left[\frac{a_n}{a_{n-1}}\right] - 1 = n\left[\frac{1}{e}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - 1\right] =$$

$$= n\left[e^{n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)-1} - 1\right] \simeq n\left[n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right) - 1\right] \approx$$

$$\approx n\left[n\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{2n^2} + \frac{1}{3n^3}\right) - 1\right] = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3n}$$

Logo:

$$\lim_{n\to\infty} n\left[\frac{a_n}{a_{n-1}} - 1\right] = \lim_{n\to\infty}\left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3n}\right] = -\frac{1}{2}$$

Logo a série diverge.

15ª QUESTÃO

Valor: 0,1

ENUNCIADO: Resolva o sistema de equações abaixo

$$\begin{cases} x^{1/4} + y^{1/5} = 3 \\ x^{1/2} + y^{2/5} = 5 \end{cases}$$

A- $\begin{cases} x=-1,\ y=32 \\ x=16,\ y=1 \end{cases}$ ( )

B- $\begin{cases} x=2,\ y=0 \\ x=16,\ y=32 \end{cases}$ ( )

C- $\begin{cases} x=1,\ y=1 \\ x=16,\ y=-16 \end{cases}$ ( )

D- $\begin{cases} x=1,\ y=32 \\ x=16,\ y=1 \end{cases}$ (X)

E- $\begin{cases} x=0,\ y=-1 \\ x=32,\ y=32 \end{cases}$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO: Fazendo: $x^{1/4} = a$ e $y^{1/5} = b$, vem:

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 2ab + b^2 = 9 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow ab = 2$$

Logo: $\begin{cases} a = 1 \text{ e } b = 2 \\ \text{ou} \\ a = 2 \text{ e } b = 1 \end{cases}$

Então: $\begin{cases} x = 1,\ y = 32 \\ \text{ou} \\ x = 16,\ y = 1 \end{cases}$

16ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolver a equação

$$6x^6 + 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 - 35x - 6 = 0.$$

A- $x = \left\{-1;\ +1;\ -2;\ -\frac{1}{2};\ +3;\ +\frac{1}{3}\right\}$ ( )

B- $x = \left\{-1;\ +1;\ -2;\ -\frac{1}{2};\ -3;\ -\frac{1}{3}\right\}$ (X)

C- $x = \left\{+2;\ +\frac{1}{2};\ +3;\ +\frac{1}{3};\ +1;\ -1\right\}$ ( )

D- $x = \left\{+1;\ -1;\ +2;\ +\frac{1}{2};\ -3;\ -\frac{1}{3}\right\}$ ( )

E- $x = \left\{+1;\ -1;\ +4;\ +\frac{1}{4};\ -3;\ -\frac{1}{3}\right\}$ ( )

F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO: $6x^6 + 35x^5 + 56x^4 - 56x^2 - 35x - 6 = 0$

	6	35	56	0	-56	-35	-6
1	6	41	97	97	41	6	0
-1	6	35	62	35	6	0	

Raiz: $\boxed{x_1 = 1}$

Raiz: $\boxed{x_2 = -1}$

$$6x^4 + 35x^3 + 62x^2 + 35x + 6 = 0$$

$$6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 35\left(x + \frac{1}{x}\right) + 62 = 0$$

$$y = x + \frac{1}{x} \quad \therefore \quad y^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$6(y^2 - 2) + 35y + 62 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -5/2 \\ y = -10/3 \end{cases}$$

$$x + \frac{1}{x} = -5/2 \quad \therefore \quad 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x_3 = -1/2} \\ \boxed{x_4 = -2} \end{cases}$$

$$x + \frac{1}{x} = -10/3 \quad \therefore \quad 3x^2 + 10x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x_5 = -3} \\ \boxed{x_6 = -1/3} \end{cases}$$

//

Raízes: $\{+1;\ -1;\ -2;\ -1/2;\ -3;\ -1/3\}$.

17ª QUESTÃO.

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Num sistema de numeração duodecimal quantos números de 3 algarismos diferentes existem, cuja soma dêsses 3 algarismos seja ímpar? (Considerar 012, 014, 016 etc, números de 3 algarismos diferentes).

A- 680 ( )
B- 360 ( )
C- 660 (X)
D- 720 ( )
E- 800 ( )
F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

6 pares e 6 ímpares.

Possibilidade de soma ímpar: 3 ímpares

2 pares e 1 ímpar.

i) 3 ímpares: A_6^3

ii) 2 pares e 1 ímpar: $18\ A_6^2$

Nº total:

$A_6^3 + 18\ A_6^2 = 6 \times 5 \times 4 + 18 \times 6 \times 5 =$

$= 120 + 540 = 660$

18ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: 5 rapazes e 5 moças devem posar para uma fotografia, ocupando 5 degraus de uma escadaria, de forma que em cada degrau fique um rapaz e uma moça.

De quantas maneiras diferentes podemos arrumar êste grupo?

A- 70.400 ( )
B- 128.000 ( )
C- 460.800 (X)
D- 332.000 ( )
E- 625 ( )
F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

Modo de fixar os rapazes : P_5

Modo de fixar as moças : P_5

Logo : $P_5 \times P_5$ é o número total de pares em cada degrau. Como a ordem influi, temos:

$$N = (P_2)^5 \times P_5 \times P_5 \Rightarrow N = 460.800$$

19ª QUESTÃO

Valor: 0.4

ENUNCIADO: Com 10 espécies de frutas, quantos tipos de salada contendo 6 espécies diferentes podem ser feitas?

A-	240	( )	D-	160	( )
B-	360	( )	E-	210	(X)
C-	320	( )	F-	N.R.A.	( )

SOLUÇÃO:

$$C_{10}^{6} = 210$$

20ª QUESTÃO

Valor: 0.4

ENUNCIADO: Calcular o têrmo de maior coeficiente no desenvolvimento de $(\sqrt{x} + y^2)^{10}$

A-	$240x^{5/2}\,y^{10}$	( )	D-	$252x^{2}\,y^{12}$	( )
B-	$210x^{2}\,y^{12}$	( )	E-	$210x^{5/2}\,y^{10}$	( )
C-	$252x^{5/2}\,y^{10}$	(X)	F-	N.R.A.	( )

SOLUÇÃO: $(\sqrt{x} + y^2)^{10}$

$$T_{k+1} = C_{10}^{k}\,(y^2)^k\,(\sqrt{x})^{10-k}$$

Têrmo de maior coeficiente: T_6

$$T_6 = C_{10}^{5}\,y^{10}\,x^{5/2} = 252\,x^{5/2}\,y^{10}$$

21ª QUESTÃO

Valor: 0.4

ENUNCIADO: Calcule o 1º têrmo de coeficiente negativo no desenvolvimento em série da expressão

$$\left[\sqrt{\frac{y}{x}} + (xy)\right]^{9/2}.$$

A- $-\frac{63}{512}x^{21/4}y^{27/4}$ ( )

B- $-\frac{21}{1024}x^{27/4}y^{21/4}$ (X)

C- $-\frac{21}{1024}x^{21/4}y^{27/4}$ ( )

D- $-\frac{63}{512}x^{27/4}y^{21/4}$

E- $-\frac{21}{1024}x^{27/2}y^{21/2}$

F- N. R. A.

SOLUÇÃO: O têrmo será negativo quando $\binom{9/2}{k}$, $k \in \mathbb{N}$ fôr negativo. Logo $\underline{k=6}$

Assim:

$$T_7 = \binom{9/2}{6}(xy)^6\left[\sqrt{\frac{y}{x}}\right]^{9/2-6} = \frac{-21}{1024}x^{27/4}y^{21/4}$$

//

22ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Determinar os números reais m, n e r de tal modo que a expressão

$$\frac{(2-m)x^3+(m-1)x^2+(n+1)x+(r-3)}{x^2+6x+1}$$

seja independente de x.

A- $m=1$; $n=4$; $r=4$ ( )

B- $m=2$; $n=5$; $r=1$ ( )

C- $m=2$; $n=5$; $r=4$ (X)

D- $m=1$; $n=5$; $r=4$ ( )

E- $m=2$; $n=4$; $r=5$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$(2m)x^3+(m-1)x^2+(n+1)x+(r-3)=kx^2+6kx+k$$

$m=2$

$m-1=k \Rightarrow k=1$

$n+1=6k \Rightarrow n=5$

$r-3=k \Rightarrow r=4$

23ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: $\underline{A}$ é um número real. Entre que limites deverá estar situado A para que (1+i) seja raiz do polinômio

$$P(x) = x^3 + mx^2 + Anx + A \ ?$$

OBS.- $\underline{m}$ e $\underline{n}$ são números inteiros não negativos

A- $1 \leq A \leq 4$ ( ) D- $0 \leq A \leq 4$ ( )

B- $1 \leq A \leq 2$ ( ) E- $0 \leq A \leq 2$ ( )

C- $2 \leq A \leq 4$ ( ) F- N.R.A. (X)

SOLUÇÃO: $P(x) = x^3 + mx^2 + Anx + A$

Como $(1+i)^3 = -2+2i$

$(1+i)^2 = 2i$

$P(1+i) = 0$, logo:

$0 = -2 + 2i + 2mi + An(1+i) + A$

$0 = (-2 + An + A) + (2 + 2m + An)i$

Logo: $An + A - 2 = 0 \Rightarrow n = \frac{2-A}{A}$ ----(1)

$2 + 2m + An = 0$

$2 + 2m - 2 - A = 0 \ \therefore \ m = \frac{A-4}{2}$ --(2)

Como m e n são naturais,

de (2) $A \geq 4$

de (1) A não pode ser maior ou igual a 4, logo é impossível tal equação possuir raiz (1+i).

24ª QUESTÃO

Valor: 0,4

ENUNCIADO: Resolva o sistema:

$$\begin{cases} (1-i)\bar{z}_1 + i\, z_2 = i \\ 2z_1 + (1+i)\,\bar{z}_2 = 0, \end{cases}$$

onde z_1 e z_2 são números complexos de partes reais iguais.

OBS. $\bar{z}$ é o conjugado de z.

A- $z_1=2-i;\ z_2=2+i$ ( )

B- O sistema não tem solução (X)

C- $z_1=3-i;\ z_2=3+2i$ ( )

D- O sistema é indeterminado ( )

E- $z_1=2+2i;\ z_2=2-2i$ ( )

F- N.R.A. ( )

SOLUÇÃO:

$$Z_1 = a + bi$$
$$Z_2 = a + ci$$

$$\begin{cases} (1+i)(a-bi) + i(a+ci) = i \\ 2(a+bi) + (1+i)(a-ci) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b-c) - bi = i \\ 3a + c + (2b-c+a)i = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b-c = 0 \\ b = -1 \\ 3a + c = 0 \\ 2b - c + a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + c = 0 \\ a - c - 2 = 0 \\ -a + c - 1 = 0 \end{cases}$$

, sistema impossível

25ª QUESTÃO
Valor: 0,[illegible]

ENUNCIADO: Sejam $f(x)=e^{(a-1)x}$ e $g(s)=\int_0^1 s\,f(x)\,dx$ funções reais de variáveis reais.

Calcular **a** para que $g(s)$ seja o inverso de $(a-1)$.

A- $a=e^{1+\frac{1}{s}}$ ( )

B- $a=e^{s+1}$ ( )

C- $a=\log_e(s+1)$ ( )

D- $a=1+\log_e\left(1+\frac{1}{s}\right)$ (X)

E- $a=1-\log_e(1+s)$ ( )

F- N. R. A. ( )

SOLUÇÃO: Para cada s, temos:

$$\int_0^1 s\,f(x)\,dx = s\int_0^1 f(x)\,dx = s\int_0^1 e^{(a-1)x}\,dx =$$

$$= \frac{s}{(a-1)}\left[e^{(a-1)x}\right]_0^1 = \frac{s}{(a-1)}\left[e^{a-1}-1\right]$$

Mas, pelo enunciado:

$$\frac{s}{a-1}\left[e^{a-1}-1\right] = \frac{1}{a-1} \qquad e^{a-1} = 1+\frac{1}{s}$$

Logo: $a = 1+\log_e\left[1+\frac{1}{s}\right]$ //