

1a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 0,5

ENUNCIADO: Determine o termo independente de x no desenvolvimento de

$$\left(3x - \frac{5}{x^3}\right)^8$$

2a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 0,5

ENUNCIADO: Quatro rapazes e três moças formam uma comissão de três pessoas. De quantas maneiras pode ser formada a comissão de forma a conter pelo menos uma moça ?

3a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Sabe-se que: $\log_3 (\log_{2,5} (y^3)) = 2$; $y \in \mathbb{R}$. Obtenha y .

4a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Determine o valor de m , onde $m \in \mathbb{R}^+$, para o qual as quatro raízes da equação:

$$x^4 + (3m + 2)x^2 + m^2 = 0$$

estejam em progressão aritmética, cuja razão não é necessariamente real.

5a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Sejam: $p(x) = x^3 + 2x^2 + 1$; $q(x) = x^2 + x$ cujo máximo divisor comum é $d(x)$. Determine um par de polinômios $s(x)$ e $t(x)$ tal que:

$$s(x)p(x) + t(x)q(x) = d(x)$$

6a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Sejam o conjunto A e as funções \oplus, \otimes onde:

$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\oplus : A \times A \longrightarrow A \quad ; \quad (x, y) \longrightarrow x \oplus y$$

$$\otimes : A \times A \longrightarrow A \quad ; \quad (x, y) \longrightarrow x \otimes y$$

$\forall x, y \in A$ tem-se:

$$x \oplus y = y \oplus x$$

$$x \otimes y = y \otimes x$$

e

$$\oplus : \begin{matrix} (0,0) \rightarrow 0 \\ (0,1) \rightarrow 1 \\ (0,2) \rightarrow 2 \\ (0,3) \rightarrow 3 \\ (1,1) \rightarrow 2 \\ (1,2) \rightarrow 3 \\ (1,3) \rightarrow 0 \\ (2,2) \rightarrow 0 \\ (2,3) \rightarrow 1 \\ (3,3) \rightarrow 2 \end{matrix}$$

$$\otimes : \begin{matrix} (0,0) \rightarrow 0 \\ (0,1) \rightarrow 0 \\ (0,2) \rightarrow 0 \\ (0,3) \rightarrow 0 \\ (1,1) \rightarrow 1 \\ (1,2) \rightarrow 2 \\ (1,3) \rightarrow 3 \\ (2,2) \rightarrow 0 \\ (2,3) \rightarrow 2 \\ (3,3) \rightarrow 1 \end{matrix}$$

Define-se os símbolos, $\forall y \in A$, $n \in M$ e $n > 2$

$$y^1 = y \quad ; \quad y^n = y \otimes y^{n-1}$$

$$ly = y \quad ; \quad ny = y \ominus (n-1)y$$

Prova-se :

- a) Calcule $1^2 \oplus 2^3$
- b) Calcule $3^4 \otimes 2^2$
- c) Verifique se $4x = 0$, $\forall x \in A$

7a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Achar a condição entre $a, b, c, \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$ de modo que a soma de duas raízes da equação abaixo seja igual à soma das outras duas

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$$

8a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Seja a função $u: \mathbb{N}^* \rightarrow \{0, 1, -1\}$ definida como:

$$u(1) = 1$$

$u(n) = 0$ se n é divisível pelo quadrado de um número natural maior que 1.

$u(n) = (-1)^r$ se n é o produto de r primos distintos.

Calcule $u(u(15)) + u(32) - u(30)$

Observação: O número 1 não é um número primo.

9a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função satisfazendo as propriedades:

a) $f(0) = 1$

b) $f(x_1 + x_2) = f(x_1) f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

Verifique se -1 e 0 pertencem ao conjunto imagem desta função. Justifique sua resposta.

10a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Seja $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

- a) Ela é contínua em $[a, b]$
- b) Ela é derivável em $[a, b]$
- c) $f(a) = f(b)$

e sabe-se que sob estas condições, $\exists c \in]a, b[$ tal que, $f'(c) = 0$ para a função $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$g: x \rightarrow x^m (1-x)^n ; m, n \in \mathbb{N}^*$$

Verifique a proposição acima, calculando os valores de "C" que a satisfazem.

11a. QUESTÃO ITEM ÚNICO

Valor 1,0

ENUNCIADO: Enumere os elementos do conjunto ~~X, X~~ $C \cap A$ sendo que

$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 88x + 70y + 15 = 0 \}$ e sabendo que os elementos de x equidistam dos elementos de B e C , onde

$$B = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 17x + y - 35 = 0 \}$$

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 13x + 11y + 50 = 0 \}$$