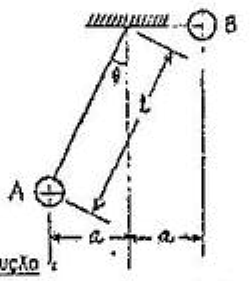
IME – 1971/1972 – FÍSICA
(O Globo, 28/12/71, pág. 16)

1ª QUESTÃO
ITEM 1 (0,4 pontos)

ENUNCIADO: As pequenas esferas "A" (de um pêndulo simples de pequena amplitude) e "B" são liberadas no mesmo instante das posições mostradas na figura. Prove que não se chocarão.



SOLUÇÃO:

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ (tempo gasto por A para atingir a vertical da bola B)

No mesmo tempo B percorre

$$H = \frac{1}{2} g \left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{g}{2}\pi^2 \frac{\ell}{g} = \frac{1}{2}\pi^2\ell$$

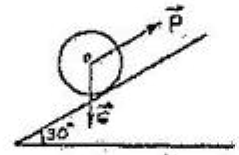
Altura de A em relação ao teto

$$h = \ell \cos\theta \simeq \ell$$

como $H > \ell$, a bola B já passou pela posição do provável choque quando A está nesta posição.

1ª QUESTÃO
ITEM 2 (0,4 pontos)

ENUNCIADO: Determine o trabalho realizado no rolamento, sem deslizamento, da roda de raio "r", pesando 50 kgf, ao longo de uma distância de 5m subindo o plano inclinado de 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito é 0,25 e a fôrça "P" é de 30 kgf.



SOLUÇÃO:

A fôrça de atrito de rolamento sem deslizamento não realiza trabalho porque o ponto de contato da esfera com o plano tem velocidade sempre nula em relação ao plano. Logo o ponto onde é aplicada a fôrça de atrito não se desloca em cada instante.

O trabalho realizado pelo pêso:

$$W_1 = G.\ell.\operatorname{sen}\theta = -125 \text{ kgm}$$

O trabalho realizado pela fôrça P:

$$W_2 = P.\ell. = +150 \text{ kgm}$$

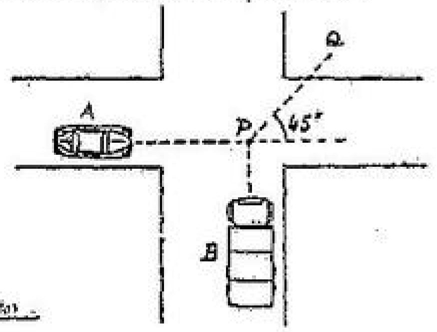
O trabalho total:

$$\boxed{W = 25 \text{ kgm}}$$

1ª QUESTÃO

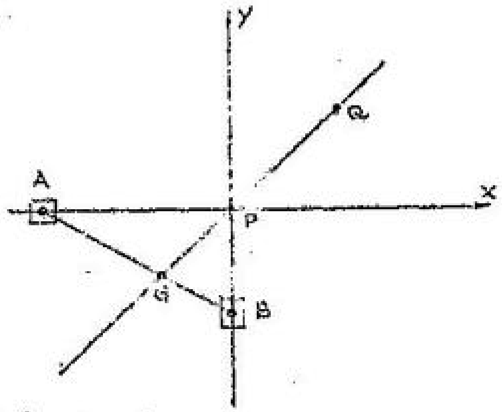
ITEM 3 (0,6 pontos)

ENUNCIADO: "O carro "A" foi abalroado pelo caminhão "B", de massa igual ao triplo da sua. O caminhão se deslocava com velocidade de 36 km/h. Após o choque, que se deu no ponto P, os dois veículos, unidos, se deslocaram em linha reta até o ponto Q. O motorista do carro declarou que sua velocidade no instante do choque era inferior à máxima permitida, que é de 80 km/h. Diga, justificando, se esta declaração é falsa ou verdadeira.



Solução:

O centro de massa (G) do sistema anda em movimento retilíneo uniforme na direção PQ (mesmo antes do choque).



Do triângulo APB:

$$\frac{AG}{BG} = \frac{AP}{BP} \quad (1)$$

Como A percorre AP no mesmo tempo que B percorre BP, as velocidades médias de A e B:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{PB} \quad (2)$$

Como a massa de B é o triplo da de A

$$\frac{AG}{BG} = 3 \quad (3)$$

De (1), (2) e (3)

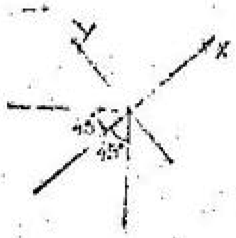
$V_A = 3V_B$

Logo $V_A = 108$ km/h era a velocidade média do carro antes do choque.

A declaração do motorista é falsa.

* Outra resolução:

O momentum linear do sistema se conserva: (no eixo y o momentum é zero).



$$m_A v_A \cos 45° = m_B v_B \cos 45°$$

$$m_A = m \; ; \; m_B = 3m$$

$$m v_A = 3m v_B$$

$$v_A = 3v_B$$

$$v_A = 3 \times 36 = 108 \text{ km/h}$$

1ª QUESTÃO ITEM 4 (0,6 pontos)	ENUNCIADO: Uma bola de 0,1 kg de massa é deixada cair de uma altura de 10 m. Ao se chocar com o chão (horizontal) ela sofre uma variação de quantidade de movimento de 2,52 m.kg/s. Determine o coeficiente de restituição entre a bola e o chão.

Use $g = 9,8$ m/s^2

SOLUÇÃO:

$$C_R = \text{coef. restituição} = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$$

A → Bola
B → chão $\qquad v'_B = v_B = 0$

v'_A → velocidade da bola após o choque
v_A → velocidade da bola antes do choque

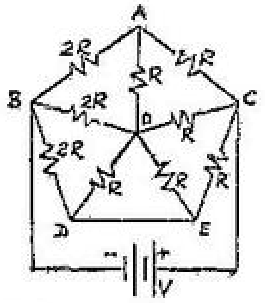
$$0,1 \times 9,8 \times 10 = \frac{v_A^2}{2} \times 0,1$$

$$v_A = 14 \text{ m/s}$$

$$0,1 \times 14 - 0,1 v'_A = 2,52 \Rightarrow v'_A = -11,2 \text{ m/s}$$

$$C_R = \frac{-(-11,2)}{14} = \boxed{0,8}$$

2ª QUESTÃO ITEM 1 (0,3 pontos)	ENUNCIADO: No circuito da figura, determine a potência fornecida pela bateria.

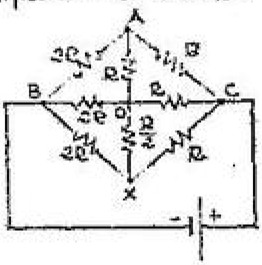


V = 10 volts

R = 10 ohms

SOLUÇÃO:

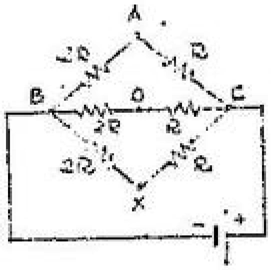
Simplificando o circuito:



①

O ponto X substitui os pontos D e E de mesmo potencial.

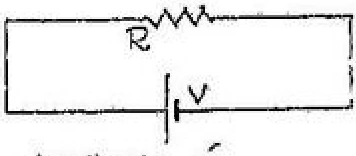
Montemos o circuito:



②

no qual A, O e X têm mesmo potencial

Ao ligarmos as resistências de R e 2R para formar o circuito as intensidades de corrente pelas mesmas são nulas, portanto o circuito inicial é equivalente a ②, e êste a:



cuja potência dissipada é

$$P = \frac{V^2}{R} = 10 \text{ watt}$$

2ª QUESTÃO ITEM 2 (0,5pontos)	ENUNCIADO: A freqüência de batimentos entre um diapasão e uma corda tensa, com 120cm de comprimento, é de 4 Hz ; mantendo-se a

tensão na corda, aumenta-se o seu comprimento para 125 cm e observa-se a mesma freqüência de batimentos; em ambos os casos existe apenas 1º harmônico de onda estacionária na corda. Determine a freqüência do diapasão.

SOLUÇÃO:

Seja f a frequência do diapasão, f_1 e f_2 as frequências da corda nas duas situações, respectivamente.

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T - tensão

μ - massa específica linear

1º Harmônico:

$$f_1 = \frac{V}{2\ell_1} \qquad f_2 = \frac{V}{2\ell_2}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{125}{120} \quad (1)$$

dos batimentos

$$f_1 - f = f - f_2 = 4 \text{ Hz} \quad (2)$$

$$f_1 - f_2 = 8 \text{ Hz} \quad (3)$$

de (1) e (3) $\quad f_1 = 200 \text{ Hz}$

$\quad f_2 = 192 \text{ Hz}$

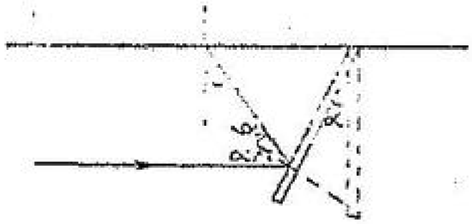
de (2) $\quad \boxed{f = 196 \text{ Hz}}$

OBS: O enunciado desta questão dá margem a duas interpretações. Do enunciado do problema ("... aumenta-se o seu comprimento para 125 cm...") fica-se em dúvida se a corda foi esticada com deformação permanente ou se foi acrescentado um pedaço de 5 cm à mesma. No primeiro caso a massa m da corda e no segundo a densidade linear μ da corda permanecem constante. Isto implicaria em duas soluções para o problema com resultados diferentes.
No gabarito que apresentamos, optamos pela segunda hipótese (μ = constante)

2ª QUESTÃO ITEM 3 (0,5 pontos)	ENUNCIADO: A fonte "L" - de luz monocromática - emite um raio luminoso que, na situação da figura, incide normalmente no espelho

plano EE'. Todo o sistema está imerso em um líquido cujo índice de refração, em relação ao ar e no comprimento de onda da fonte, é "n", maior que um. Deduza a expressão para o cálculo do maior ângulo em que o espelho pode ser girado em tôrno de E, no sentido horário, sem que o raio emerja da superfície do líquido.

SOLUÇÃO:



$$n \operatorname{sen} L = 1 \Rightarrow \operatorname{sen} L = \frac{1}{n}$$

$$2\alpha = 90^\circ - L$$

$$\Downarrow$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{n}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arc} \cos \frac{1}{n}$$

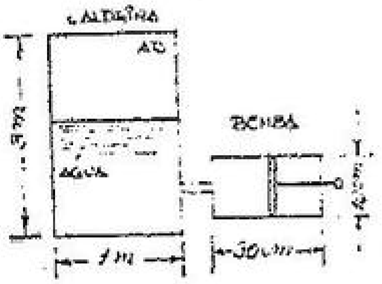
$\alpha \in$ 1º quadrante

2ª QUESTÃO ITEM 4 (0,5 pontos)	ENUNCIADO: Em uma caldeira cilíndrica cheia de ar a 1 atm, com 1 m de diâmetro e 3 m de altura, introduz-se água, suposta in-

compressível, por meio de uma bomba, comprimindo-se isotermicamente o ar até ser atingida a pressão de 20 atm. O êmbolo da bomba tem diâmetro de 10 cm e curso de 30 cm. Cada operação de bombeamento corresponde a um ciclo da bomba. Calcule o número de ciclos necessários, supondo-se haver equilíbrio térmico com o meio exterior durante todo o processo.

SOLUÇÃO:

Situação final:



V_{ar} - volume final do ar

V_c - volume total da caldeira

P_i - pressão inicial

V_b - volume total da bomba

P_F - pressão final

n - nº de ciclos

$P_i = 1$ atm $\qquad V_c = 3\pi (0,5)^2$ m^3

$P_F = 20$ atm $\qquad V_b = 0,3\pi (0,05)^2$

Como T é constante durante todo o processo e a quantidade de ar não varia:

$$P_i V_c = V_{ar} P_F$$

$$V_{ar} = V_c - nV_b$$

$$P_i V_c = (V_c - nV_b) P_F \Rightarrow \boxed{n = 950 \text{ ciclos}}$$

2ª QUESTÃO
ITEM 5 (0,6 pontos)

ENUNCIADO: Um motor de automóvel, refrigerado a água, tem um consumo de combustível correspondente a 8 km/litro. À velocidade de 60 km/h, quando usa gasolina de densidade 0,8 e poder calorífico de 4.500 kcal/kg. Supõe-se que todo o calor rejeitado pelo motor seja absorvido pela água de arrefecimento, que é fornecida segundo uma taxa de 50 litros por minuto e sofre uma elevação de temperatura de 6°C. Determine, em kgf, a fôrça de resistência ao avanço do veículo a 60 km/h, admitindo que não haja perdas do motor às rodas.

SOLUÇÃO:

$$P_{consumida} = P_{útil} + P_{rejeitada}$$

À 60 km/h o consumo do carro é 7,5 ℓ/h de gasolina.

Logo a massa de gasolina por hora é:

$$m = 0{,}8 \cdot 7{,}5 = 6\ kg/h$$

$$P_{consumida} = 6 \cdot 4.500\ kcal/kg = 27.000\ kcal/h$$

O consumo de água por hora é de 3.000 litros

$$P_{rejeitada} = \Delta Q = mc\,\Delta\theta$$

$$P_{rejeitada} = 3.000.000 \cdot 1 \cdot 6 = 18.000\ kcal/hora$$

Conclusão:

$$P_{útil} = 27.000 - 18.000 = 9.000\ kcal/hora$$

$$P = Fôrça \cdot Velocidade$$

$$1\ cal = 4{,}18\ joules$$

$$9.000 \times 4{,}18\ K\ Joules/hora = F' \cdot 60 \cdot \cancel{10^3}\ m/hora$$

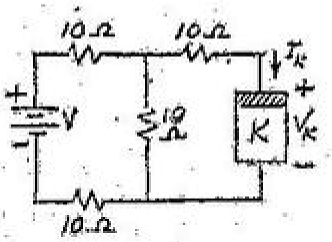
$$F' = \frac{9 \times 418}{6}\ N$$

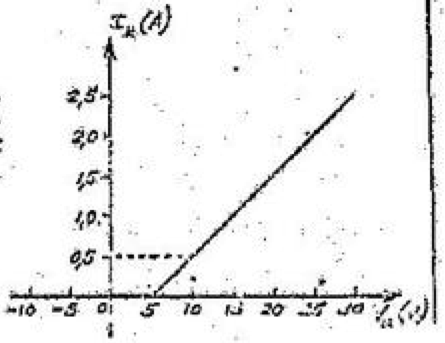
$$1\ kgf = 9{,}81\ N$$

$$F' = \frac{9 \times 418}{6}\ N$$

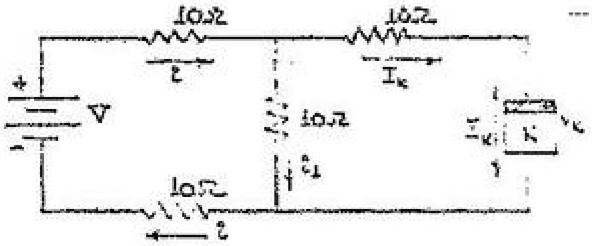
$$F = \frac{3 \times 209}{2 \times 9{,}81} \therefore \boxed{F = 31{,}9\ kgf}$$

2ª QUESTÃO ITEM 6 (0,6 pontos)	ENUNCIADO: O elemento passivo "K", cuja potência máxima de utilização é de 30 watts, tem a característica tensão-corrente dada pelo gráfico abaixo. Determine o maior valor positivo que se pode permitir para a tensão "V" da bateria.





SOLUÇÃO:



Calculemos i_1 para o caso em que a potência em K é máxima (30 W). Basta usar a equação da reta $I = 0{,}1\,V - 0{,}5$ e $P = VI = 30$ que corresponde

$$V_k = 20\,V \quad e \quad I_k = 1{,}5\,A$$

Então:

(1) $V = 20\,i + 10 \cdot 1{,}5 + 20$

(2) $V = 20\,i + 10\,i_1$.

$$15 + 20 - 10\,i_1 = 0$$

$$35 = 10\,i_1$$

$$\boxed{i_1 = 3{,}5\,A}$$

$$i = i_1 + 1{,}5 \Rightarrow i = 5A$$

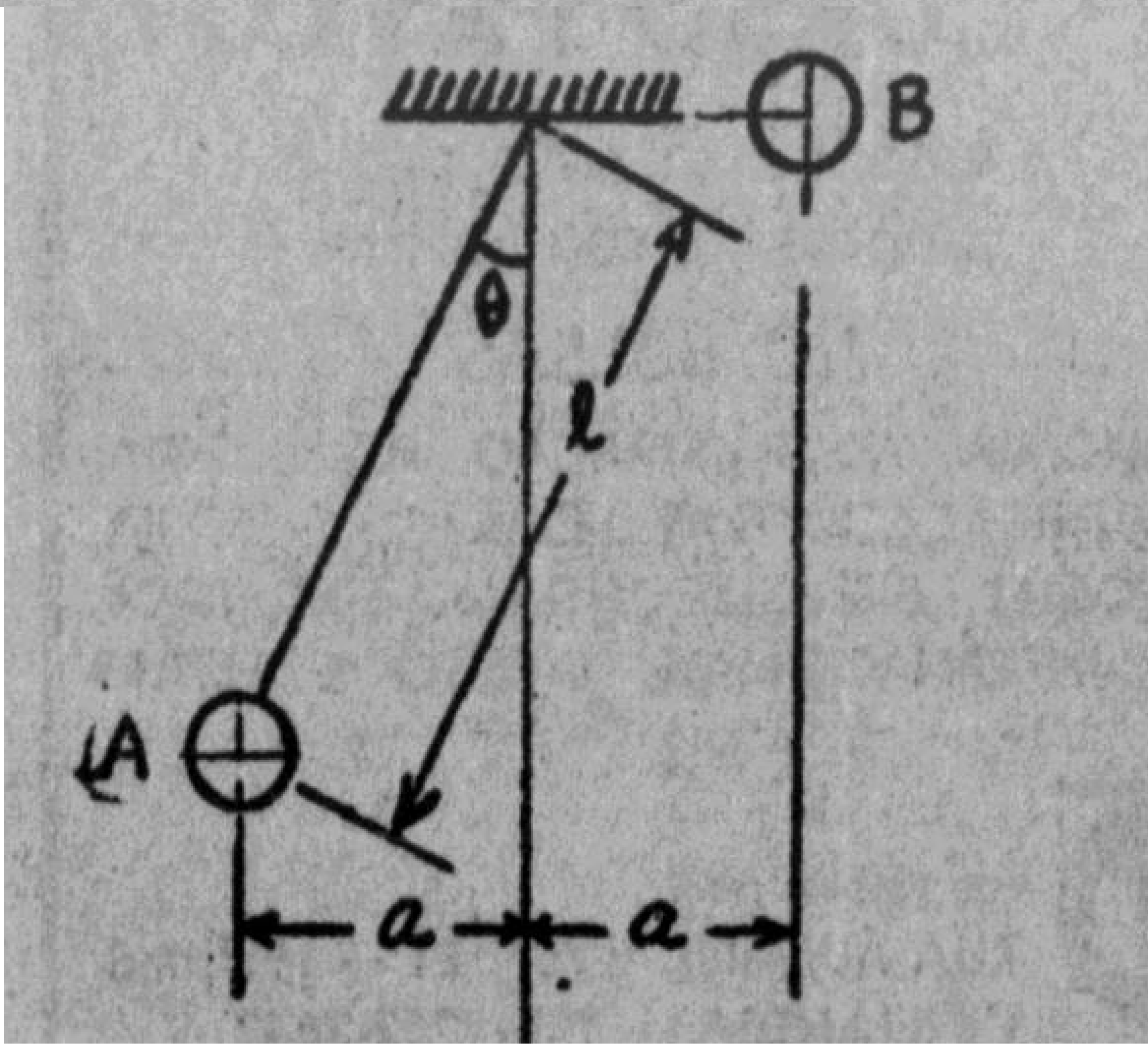
Logo $V = 20 \cdot 5 + 3{,}5 \cdot 10$

$$\boxed{V_{máx} = 135\,V}$$

Física

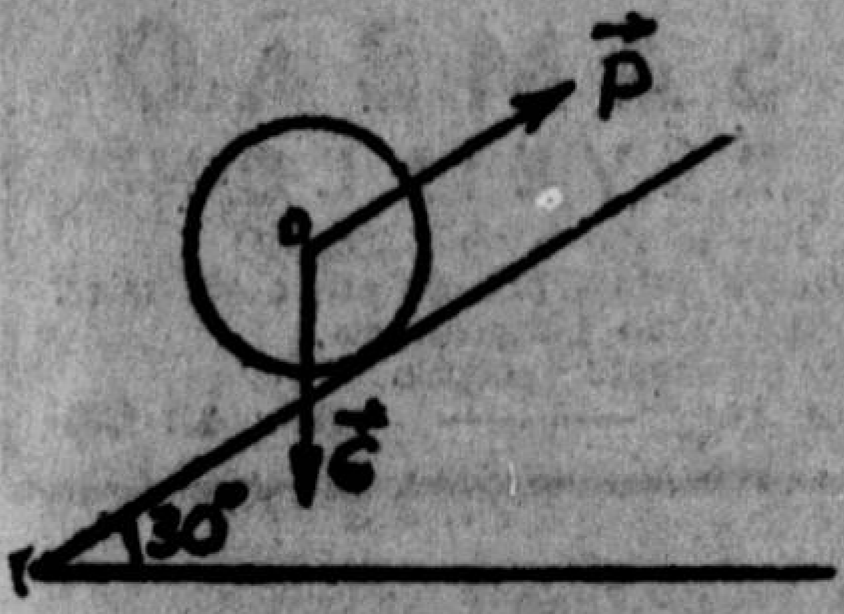
1.ª QUESTÃO — ITEM 1 (0,4 ponto)

ENUNCIADO: As pequenas esferas "A" (de um pêndulo simples de pequena amplitude) e "B" são liberadas no mesmo instante das posições mostradas na figura. Prove que não se chocarão.



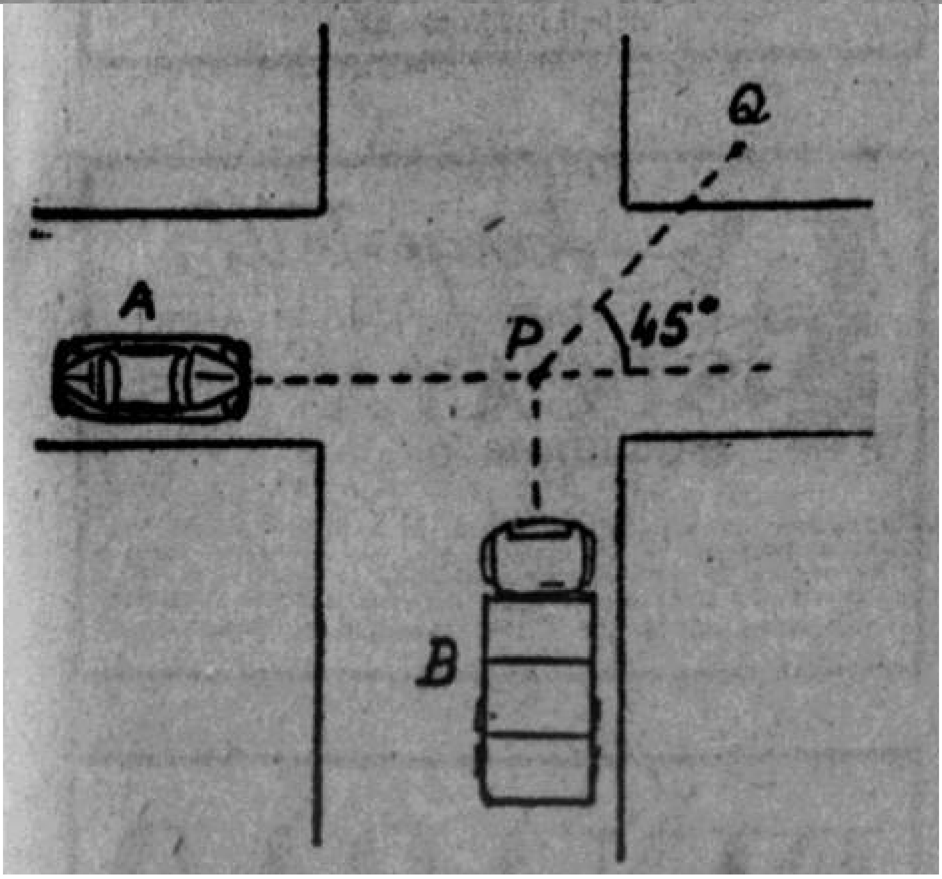
1.ª QUESTÃO — ITEM 2 (0,4 pontos)

ENUNCIADO: Determine o trabalho realizado no rolamento, sem deslizamento, da roda de raio "r", pesando 60 kgf, ao longo de uma distância de 5m subindo o plano inclinado de 30º com a horizontal. O coeficiente de atrito é 0,25 e a fôrça "P" é de 30 kgf.



1.ª QUESTÃO — ITEM (0,6 ponto)

ENUNCIADO: O carro "A" foi abalroado pelo caminhão "B", de massa igual ao triplo da sua. O caminhão se deslocava com velocidade de 36 km/h. Após o choque, que se deu no ponto P, os dois veículos, unidos, se deslocaram em linha reta até o ponto Q. O motorista do carro declarou que sua velocidade no instante do choque era inferior à máxima permitida, que é de 80 km/h. Diga, justificando, se esta declaração é falsa ou verdadeira.



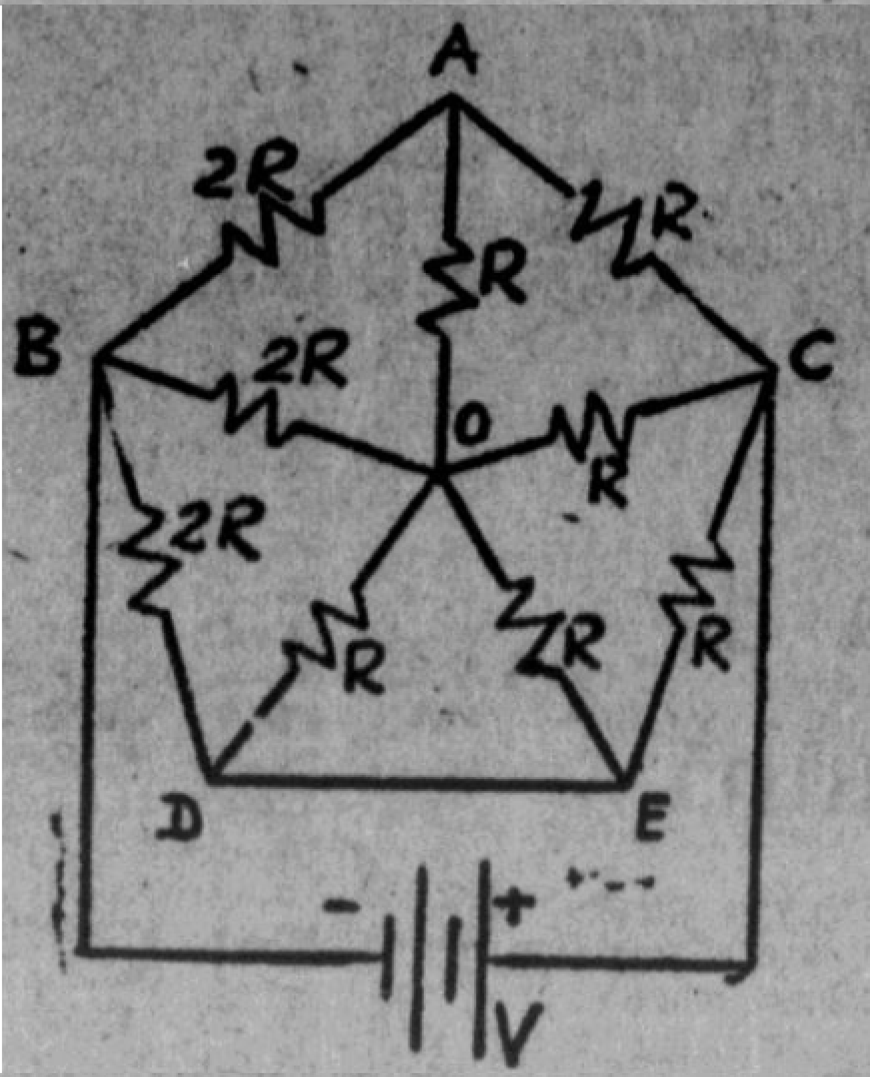
1.ª QUESTÃO — ITEM 4 (0,6 ponot)

ENUNCIADO: Uma bola de 0,1 kg de massa é deixada cair de uma altura de 10m. Ao se chocar com o chão (horizontal) ela sofre uma variação de quantidade de movimento de 2,52 m.kg/s. Determine o coeficiente de restituição entre a bola e o chão.

Use g = 9,8 m/s2

2.ª QUESTÃO — ITEM (0,3 ponto)

ENUNCIADO: No circuito da figura, determine a potência fornecida pela bateria.



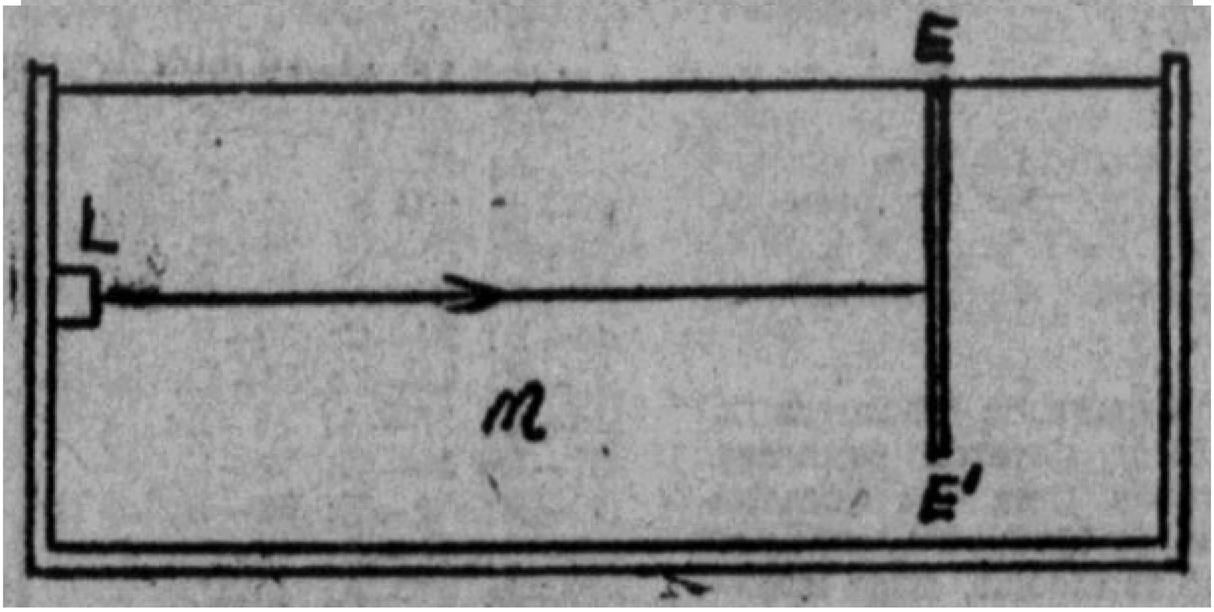
V = 10 volts
R = 10 ohms

2.ª QUESTÃO — ITEM 2 (0,5 ponto)

ENUNCIADO: A freqüência de batimentos entre um diapasão e uma corda tensa, com 120cm de comprimento, é de 4 Hz; mantendo-se a tensão na corda, aumenta-se o seu comprimento para 125cm e observa-se a mesma freqüência de batimentos; em ambos os casos existe apenas 1.º harmônico de onda estacionária na corda. Determine a freqüência do diapasão.

2.ª QUESTÃO — ITEM 3 (0,5 ponto)

ENUNCIADO: A fonte "L" — de luz monocromática — emite um raio luminoso que, na situação da figura, incide normalmente no espelho plano EE'. Todo o sistema está imenso em um líquido cujo índice de refração, em relação ao ar e no comprimento de onda da fonte, é "n", maior que um. Deduza a expressão para o cálculo do maior ângulo de que o espelho pode ser girado em tôrno de E, no sentido horário, sem que o raio emerja da superfície do líquido.



2.ª QUESTÃO — ITEM 4 (0,5 ponto)

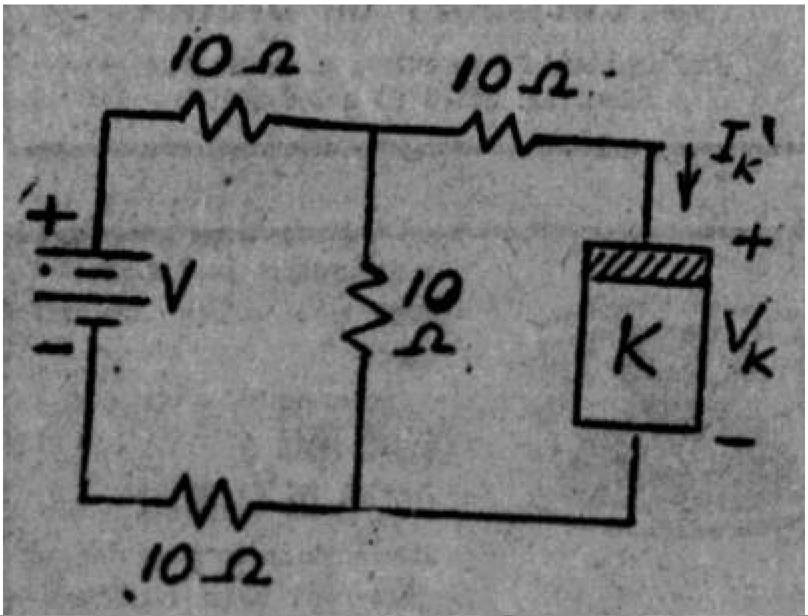
ENUNCIADO: Em uma caldeira cilíndrica cheia de ar a 1 atm, com 1m de diâmetro e 3m de altura, introduz-se água, suposta incompressível, por meio de uma bomba, comprimindo-se lentamente o ar até ser atingida a pressão de 20 atm. O êmbolo da bomba tem diâmetro de 10cm e curso de 20cm. Cada operação de bombeamento corresponde a um ciclo da bomba. Calcule o número de ciclos necessário, supondo-se haver equilíbrio térmico com o meio exterior durante todo o processo.

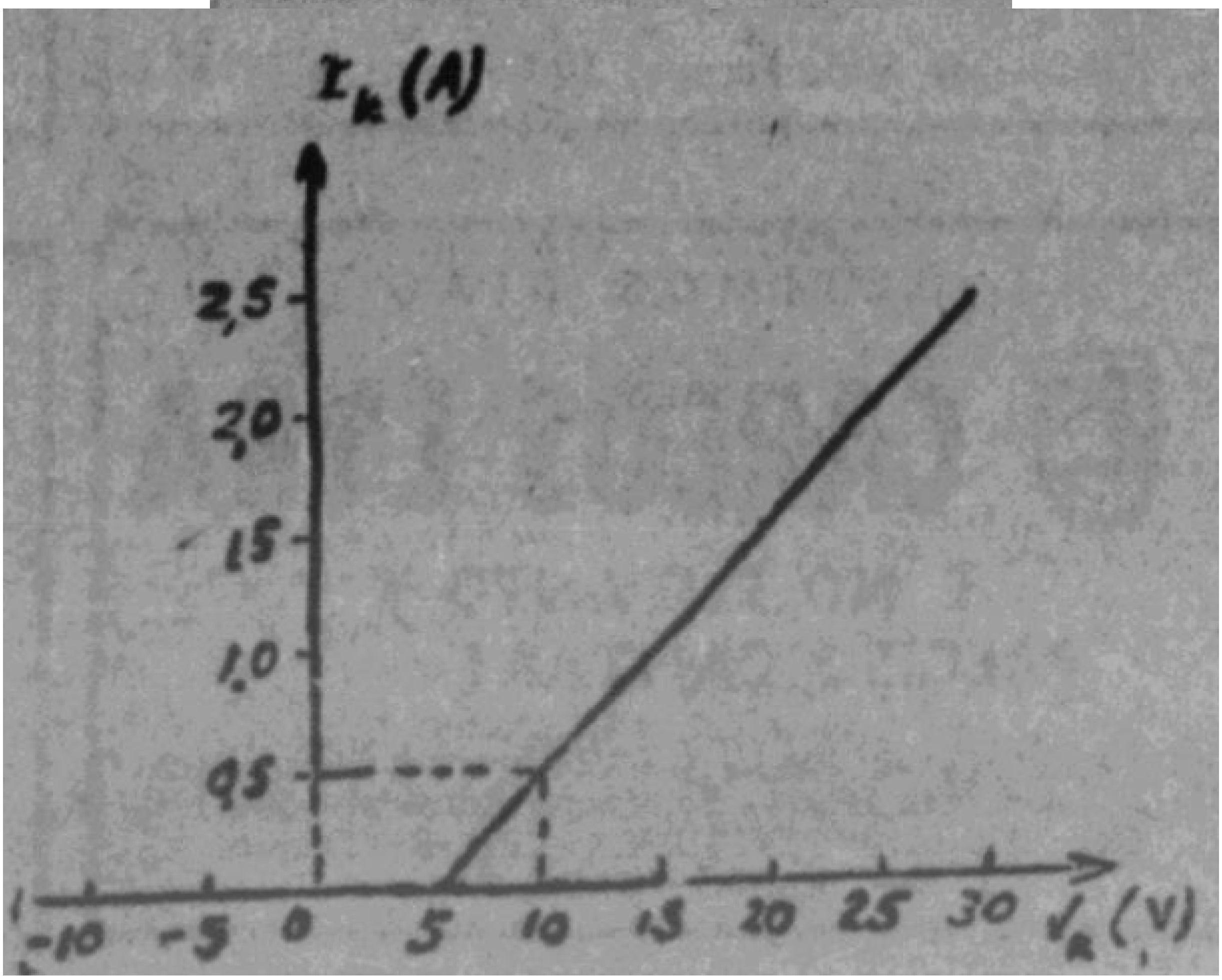
2.ª QUESTÃO — ITEM 5 (0,6 ponto)

ENUNCIADO: Um motor de automóvel, refrigerado a água, tem um consumo de combustível correspondente a 8 km/litro à velocidade de 60 km/h, quando usa gasolina de densidade 0,8 e poder calorífico de 4.500 kcal/kg. Supõe-se que todo o calor rejeitado pelo motor seja absorvido pela água de arrefecimento, que é fornecida segundo uma taxa de 50 litros por minuto e sofre uma elevação de temperatura de 6ºC. Determine, em kgf, a fôrça de resistência ao avanço do veículo a 60 km/h, admitindo que não haja perdas do motor às rodas.

2.ª QUESTÃO — ITEM 6 (0,6 ponto)

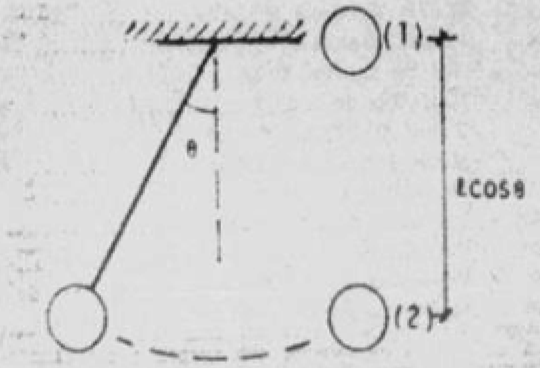
ENUNCIADO: O elemento passivo "K", cuja potência máxima de utilização é de 30 watts, tem a característica tensão-corrente dada pelo gráfico abaixo. Determine o maior valor positivo que se pode permitir para a tensão "V" da bateria.





SOLUÇÕES

QUESTÃO 1 — Item 1 (Solução da equipe do Vetor):



A esfera B leva para atingir a posição um intervalo de tempo t_B tal que:

$$\ell\cos\theta = \frac{g\,t_B^2}{2} \;\therefore\; t_B = \sqrt{2\cos\theta}\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

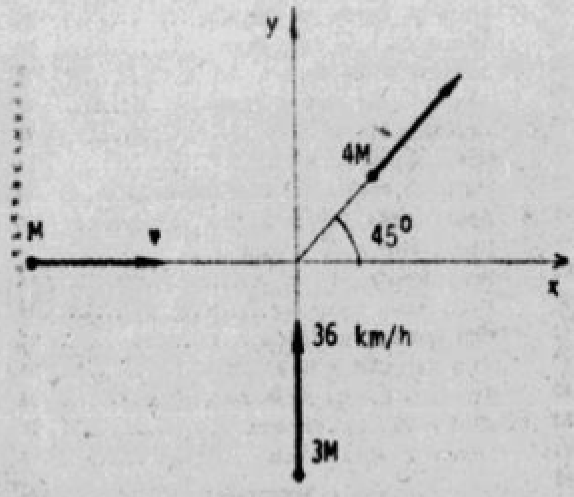
A esfera A leva para atingir a posição (2) um intervalo de tempo t_A igual ao semi-período

$$t_A = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

como $\sqrt{2\cos\theta} < \pi$ qualquer que seja θ concluímos que a esfera B passa pela posição (2) antes de A.

Questão 1 – Item 2 -???

QUESTÃO 1 — Item 3 (Solução da equipe do Vetor):



$Q_x \Rightarrow Mv = 4M \,.\, v' \cos 45^\circ$

$Q_y \Rightarrow 3M \,.\, 36 = 4M \,.\, v' \cos 45^\circ$

$Mv = 3M \,.\, 36$

$v = 108$ km/h

A declaração é falsa.

QUESTÃO 1 — Item 4 (Solução da equipe do Ba- [illegible]):

$V_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 10} = 14$ m/s

[illegible] $= m\Delta V \;\therefore\; 2{,}52 = 0{,}1\,\Delta V \;\therefore$

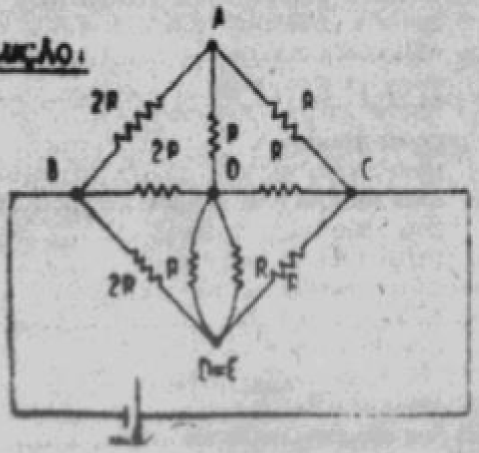
$\therefore\; \Delta V = 25{,}2$

$V_2 = 25{,}2 - 14 = 11{,}2$ m/s

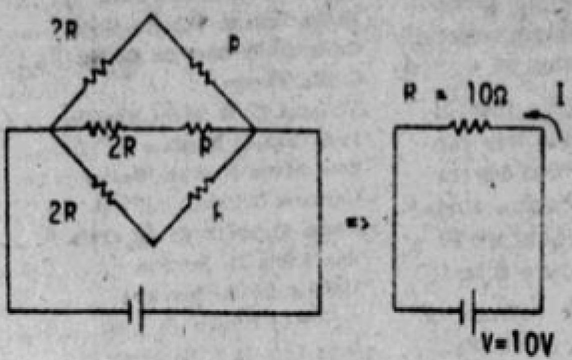
$e = \frac{11{,}2}{14} = 0{,}8$.

QUESTAO 2 — Item 1 (Solução da equipe do Vetor):

SOLUÇÃO:



Pela simetria $V_A = V_O = V_D = V_E$, logonão passa corrente entre os referidos pontos O circuito se reduz a



$I = 1A \quad P = VI \quad P = 10W$

QUESTAO 2 — Item 2 (Solução da equipe do Bahiense):

$$4 = f_1 - f_d \qquad (1)$$

$$4 = f_d - f_2 \qquad (2)$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{125}{120} \qquad (3)$$

$$f_1 = \frac{1}{2L_1}\sqrt{\frac{F}{\mu A}}$$

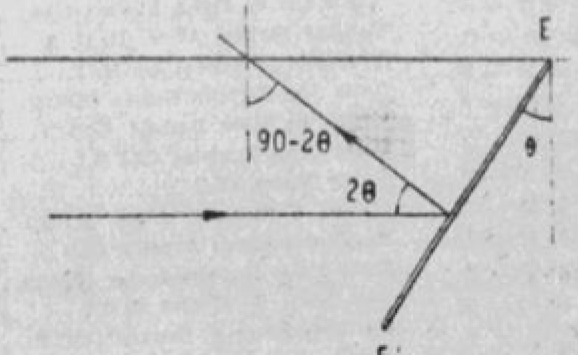
$$f_2 = \frac{1}{2L_2}\sqrt{\frac{F}{\mu A}}$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

Resolvendo (1), (2) e (3):

$$f_d = 196 \text{ Hz}.$$

QUESTAO 2 — Item 3 (Solução da equipe do Vetor):

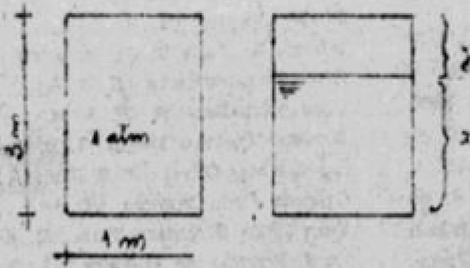


$$\text{sen}(90-2\theta) = \frac{1}{n} \qquad \cos 2\theta = \frac{1}{n}$$

$$2\theta = \text{arc cos}\,\frac{1}{n}$$

$$\theta = \frac{1}{2}\,\text{arc cos}\,\frac{1}{n}$$

QUESTÃO 2 — Item 4 (Solução da equipe do Bahiense):



$pV = p_1 V_1$

$1 \cdot S \cdot 3 = 20 \cdot S \cdot y$

$y = \frac{3}{20}$ $\qquad x = 3 - \frac{3}{20} = \frac{57}{20}$

1 ciclo corresponde a um volume de água igual ao da "bomba".

$$V_{bomba} = \frac{\pi \; 0,1^2}{4} \cdot 0,3$$

$$V_{água} = \frac{\pi \; 1^2}{4} \; \frac{57}{20}$$

$$n^{o}\ ciclos = \frac{V_{água}}{V_{bomba}} = \frac{\frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot \frac{57}{20}}{\frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 0,3} =$$

$$= 950 .$$

QUESTÃO 2 — Item 5 (Solução da equipe do Vetor):

Potência térmica perdida.

$$P_D = \frac{mc\Delta\theta}{t} = \frac{50 \times 10^3 \times 1 \times 6}{60} = 5 \times 10^3\ cal/s$$

Energia térmica perdida em 1h

$$W_D = 5 \times 10^3 \times 3,6 \times 10^3\ cal = 18 \times 10^6\ cal = 18 \times 10^3\ kcal$$

Energia térmica produzida em 1h pelo motor

$1h \rightarrow 60km \rightarrow \frac{60}{8}\ \ell$ de gasolina $\rightarrow$

$\rightarrow$ 6kg de gasolina $\rightarrow 6 \times 4500\ kcal = 27 \times 10^3\ kcal$

Energia térmica útil desenvolvida em 1h

$$27 \times 10^3\ kcal - 18 \times 10^3\ kcal = 9 \times 10^3\ kcal$$

$$W_u = 9 \times 10^3\ kcal = 9 \times 10^6 \times 4,18 J$$

$$W_u = 37,62 \times 10^6 J$$

Distância percorrida em 1h

$$d = 60km = 6 \times 10^4 m$$

Cálculo da fôrça

$$F = \frac{W_u}{d} = \frac{37,62 \times 10^6}{6 \times 10^4} = 627N$$

$$F = 64kgf.$$

QUESTÃO 2 — Item 6 (Solução da equipe do Bahiense):

$E_K = 5V \quad ; \quad V_K = 5 + 10\, i_K \quad (1)$

$P = 30\ W \quad ; \quad 30 = V_K i_K \quad (2)$

(1) e (2): $30 = 5i + 10\, i^2 \; \therefore$

$\therefore \quad i = 1,5\ A$

$V_K = E + ri = 5 + 10 \cdot 1,5 =$
$= 20$ volt

$V_{CD} = 10 \times 1,5 + 20 = 35$ vol

$i_{CD} = \frac{35}{10} = 3,5\ A \quad \therefore$

$i_{AC} = 1,5 + 3,5 = 5\ A$

$V_{AB} = 2 \times 10 \times 5 + 10 \times 3,5 =$
$= 135$ volt .