01. Dadas as funções $f(x)=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ e $g(x)=x\,\text{sen}\,x$, $x \in \mathbb{R}$, podemos afirmar que:

(A) ambas são pares.

(B) f é par e g é ímpar.

(C) f é ímpar e g é par.

(D) f não é par e nem ímpar e g é par.

(E) ambas são ímpares.

02. Seja f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $f(x)=\begin{cases} x+2, \text{ se } x \le -1 \\ x^2, \text{ se } -1 < x \le 1 \\ 4, \text{ se } x > 1 \end{cases}$

Lembrando que se $A \subset \mathbb{R}$ então $f^{-1}(A)=\{x \in \mathbb{R} : f(x) \in A\}$ considere as afirmações:

I - f não é injetora e $f^{-1}([3, 5]) = \{4\}$

II - f não é sobrejetora e $f^{-1}([3, 5]) = f^{-1}([2, 6])$

III- f é injetora e $f^{-1}([0, 4]) = [-2, +\infty[$

Então podemos garantir que:

(A) Apenas as afirmações II e III são falsas;

(B) As afirmações I e III são verdadeiras;

(C) Apenas a afirmação II é verdadeira;

(D) Apenas a afirmação III é verdadeira;

(E) Todas as afirmações são falsas.

03. Seja a função $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R} - \{3\}$ definida por $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-2}+1$. Sobre sua inversa podemos garantir que:

(A) não está definida, pois f é não injetora.

(B) não está definida, pois f não é sobrejetora.

(C) está definida por $f^{-1}(y)=\dfrac{y-2}{y-3}$, $y \neq 3$.

(D) está definida por $f^{-1}(y)=\dfrac{y+5}{y-3}-1$, $y \neq 3$.

(E) está definida por $f^{-1}(y)=\dfrac{2y-5}{y-3}$, $y \neq 3$.

04. Considere as equações $z^3 = i$ e $z^2 + (2+i)z + 2i = 0$, onde z é complexo. Seja S_1 o conjunto das raízes da primeira equação e S_2 o da segunda. Então

(A) $S_1 \cap S_2$ é vazio;
(B) $S_1 \cap S_2 \subset R$;
(C) S_1 possui apenas dois elementos distintos;
(D) $S_1 \cap S_2$ é unitário;
(E) $S_1 \cap S_2$ possui dois elementos.

05. A igualdade $1 + |z| = |1 + z|$, onde $z \in C$, é satisfeita:

(A) Para todo $z \in C$ tal que Rez = 0 e Imz < 0;
(B) Para todo $z \in C$ tal que Rez ≥ 0 e Imz = 0;
(C) Para todo $z \in C$ tal que $|z| = 1$;
(D) Para todo $z \in C$ tal que Imz = 0;
(E) Para todo $z \in C$ tal que $|z| < 1$.

06. Seja $p(x) = 16x^5 - 78x^4 + \ldots + \alpha x - 5$ um polinômio de coeficientes reais tal que a equação p(x) = 0 admite mais do que uma raiz real e ainda, a + bi é uma raiz complexa desta equação com ab ≠ 0. Sabendo-se que $\frac{1}{a}$ é a razão da progressão geométrica formada pelas raízes reais de $p(x) = 0$ e que a soma destas raízes reais vale $\frac{7}{8}$ enquanto que o produto é $\frac{1}{6}$, o valor de α é:

(A) 32.
(B) 56.
(C) 71.
(D) 11.
(E) 0.

07. O conjunto das soluções reais da equação $\left|\ell n\left(sen^2 x\right)\right| = \ell n\left(sen^2 x\right)$ é dado por:

(A) $\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$.
(B) $\{x \in \mathbb{R} : x = \pi + k\frac{\pi}{2},\ k \in Z\}$.
(C) $\{x \in \mathbb{R} : x = 2k\pi, k \in Z\}$.
(D) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \le x \le 1\}$.
(E) $\{x \in \mathbb{R} : x \ge 0\}$.

08. Sabendo-se que $3x-1$ é fator de $12x^3-19x^2+8x-1$ então as soluções reais da equação $12\left(3^{3x}\right)-19\left(3^{2x}\right)+8\left(3^{x}\right)-1=0$ somam:

(A) $-\log_3 12$.

(B) 1.

(C) $-\frac{1}{3}\log_3 12$.

(D) -1.

(E) $\log_3 7$.

09. Numa progressão geométrica de três termos a razão é e^{-2a}, a soma dos termos é 7 enquanto que a diferença do último termo com o primeiro é 3. Nestas condições o valor de a é:

(A) $\ell n\sqrt{2}$;

(B) $-\ell n\frac{5}{2}$;

(C) $\ell n\sqrt{3}$;

(D) $-\ell n\sqrt{2}$;

(E) não existe número real a nestas condições.

10. Sejam as funções **f** e **g** dadas por:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}1 \text{ se } |x|<1\\ 0 \text{ se } |x|\geq 1\end{cases}$$

$$g:\mathbb{R}-\{1\}\to\mathbb{R},\ g(x)=\frac{2x-3}{x-1}$$

Sobre a composta $(fog)(x)=f\left(g(x)\right)$ podemos garantir que:

(A) se $x \geq \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 0;

(B) se $1 < x < \frac{3}{2}$, f(g(x)) = 1;

(C) se $\frac{4}{3} < x < 2$, f(g(x)) = 1;

(D) se $1 < x \leq \frac{4}{3}$, f(g(x)) = 1;

(E) n.d.a.

11. Sejam os números reais α e x onde $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $x \neq 0$. Se no desenvolvimento de $\left((\cos\alpha)x + (\text{sen}\alpha)\frac{1}{x}\right)^8$ o termo independente de x vale $\frac{35}{8}$, então o valor de α é:

(A) $\frac{\pi}{6}$;

(B) $\frac{\pi}{3}$;

(C) $\frac{\pi}{12}$;

(D) $\frac{\pi}{4}$;

(E) n.d.a.

12. Sejam **a** e **b** constantes reais positivas. Considere $x = a^2 \operatorname{tg} t + 1$ e $y^2 = b^2 \sec^2 t - b^2$ onde $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$.

Então uma relação entre x e y é dada por:

(A) $y = \frac{b}{a}(x-1)^2,\ x \geq a.$

(B) $y = \frac{b^2}{a^4}(x-1)^2,\ x \geq 1.$

(C) $y = \frac{b}{a^2}(x-1),\ \forall x \in \mathbb{R}.$

(D) $y = \frac{-b}{a^2}(x-1),\ x \geq 1.$

(E) $y = \frac{a^2}{b^2}(x-1),\ x \leq 1.$

13. Sabendo-se que θ é um ângulo tal que $2\text{sen}(\theta - 60^\circ) = \cos(\theta + 60^\circ)$, então $\text{tg}\theta$ é um número da forma $a + b\sqrt{3}$ onde

(A) a e b são reais negativos;

(B) a e b são inteiros;

(C) a + b = 1;

(D) a e b são pares;

(E) $a^2 + b^2 = 1$.

14. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} \text{sen}x & 2 \\ \log_3 10 & 2\text{sen}x \end{bmatrix}$ onde **x** é real. Então podemos afirmar que:

(A) A é inversível apenas para $x > 0$;

(B) A é inversível apenas para $x = 0$;

(C) A é inversível para qualquer x;

(D) A é inversível apenas para x da forma $(2k+1)\pi$, k inteiro;

(E) A é inversível apenas para x da forma $2k\pi$, k inteiro.

15. Sejam A, B e C matrizes quadradas $n \times n$ tais que A e B são inversíveis e ABCA = A^t, onde A^t é a transposta da matriz A. Então podemos afirmar que:

(A) C é inversível e $\det C = \det(AB)^{-1}$;

(B) C não é inversível, pois $\det C = 0$;

(C) C é inversível e $\det C = \det B$;

(D) C é inversível e $\det C = (\det A)^2 \cdot \det B$;

(E) C é inversível e $\det C = \dfrac{\det A}{\det B}$.

16. Dizemos que dois sistemas de equações lineares são equivalentes se, e somente se, toda solução de um qualquer dos sistemas for também uma solução do outro. Considere as seguintes afirmações:

I - Dois sistemas de equações lineares 3×3, ambos homogêneos, são equivalentes.

II - Dois sistemas de equações lineares, 3×3, ambos indeterminados, não são equivalentes.

III - Os dois sistemas de equações lineares dados a seguir são equivalentes:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 8 \\ x + y + z = 10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ x - y + z = 4 \\ 4x - y + 2z = 14 \end{cases}$$

De acordo com a definição dada podemos dizer que:

(A) As três afirmações são verdadeiras;

(B) Apenas a afirmação (I) é verdadeira;

(C) Apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras;

(D) Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;

(E) As três afirmações são falsas.

17. Considere o sistema linear homogêneo nas incógnitas x_1 , x_2 , ..., x_n dado por

$$\begin{cases} a_1x_1 + (a_1+1)x_2 + \ldots + (a_1+n-1)x_n = 0 \\ a_2x_1 + (a_2+1)x_2 + \ldots + (a_2+n-1)x_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_nx_1 + (a_n+1)x_2 + \ldots + (a_n+n-1)x_n = 0 \end{cases}$$

onde a_1, a_2, ..., a_n são números reais dados. Sobre a solução deste sistema podemos afirmar que:

(A) Se $a_i > 0$, i = 1, 2, ..., n o sistema possui uma única solução;

(B) Se $a_i < 0$, i = 1, 2, ..., n o sistema possui uma única solução;

(C) Se $a_i > 0$, i = 1, 2, ..., n o sistema é impossível;

(D) Se $a_i < 0$, i = 1, 2, ..., n o sistema é impossível;

(E) O sistema possui infinitas soluções quaisquer que sejam os valores dos números a_1, ..., a_n dados.

18. Há muito tempo atrás, quando poucas pessoas eram versadas na arte de contar, houve uma grande tempestade no oceano. Um navio, colhido pelo tufão, foi salvo graças ao trabalho excepcional de dois marinheiros.

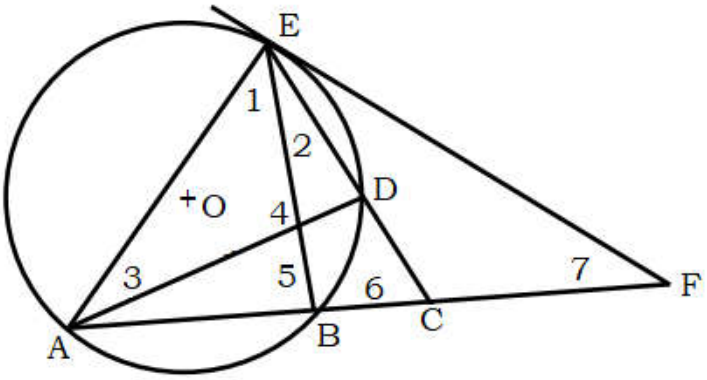
Terminada a borrasca, o capitão, decidido a recompensar seus dois comandados pelo serviço bem executado, anunciou que dividiria entre eles no dia seguinte o conteúdo de um pequeno baú com moedas de ouro, tendo encarregado o seu imediato desta tarefa. Acontece que os dois marinheiros eram muito amigos e, querendo evitar o constrangimento de uma partilha pública, um deles teve a ideia na madrugada de pegar a sua parte do prêmio. Indo ao baú, este marinheiro separou as moedas em dois grupos idênticos e, para sua surpresa, sobrou uma moeda. Não sabendo como proceder, jogou-a ao mar para agradecer aos deuses a sua sobrevivência e pegou a parte que lhe cabia. Porém, mais tarde o segundo marinheiro teve exatamente a mesma ideia. Indo ao baú, ele separou as moedas em dois montes iguais e, para surpresa sua, sobrou uma moeda. Jogou-a ao mar como agradecimento pela sua sorte e tomou a

parte que lhe cabia da recompensa. Pela manhã os dois marinheiros se sentiram constrangidos em comunicar o procedimento noturno. Assim, o imediato separou as moedas em dois grupos e verificou que sobrava uma. Deu a cada marinheiro a sua parte do prêmio e tomou para si a moeda restante como paga pelos seus cálculos.

Sabendo-se que a razão entre as moedas ganhas pelo primeiro e pelo segundo marinheiros foi de 29/17 então o número de moedas que havia originalmente no baú era:

(A) 99
(B) 95
(C) 135
(D) 87
(E) n.d.a.

19. Na figura ao lado O é o centro de uma circunferência. Sabendo-se que a reta que passa por E e F é tangente a esta circunferência e que a medida dos ângulos 1, 2 e 3 são dadas, respectivamente, por 49º, 18º, 34º, determinar a medida dos ângulos 4, 5, 6 e 7. Nas alternativas abaixo considere os valores dados iguais às medidas de 4, 5, 6 e 7, respectivamente.



(A) 97º, 78º, 61º, 26º
(B) 102º, 79º, 58º, 23º
(C) 92º, 79º, 61º, 30º
(D) 97º, 79º, 61º, 27º
(E) 97º, 80º, 62º, 29º

20. Sejam as retas (r) e (s) dadas respectivamente pelas equações $3x-4y+12=0$ e $3x-4y+4=0$. Considere (ℓ) o lugar geométrico dos centros das circunferências que tangenciam simultaneamente (r) e (s). Uma equação que descreve (ℓ) é dada por:

(A) $3x-4y+8=0$
(B) $3x+4y+8=0$
(C) $x-y+1=0$
(D) $x+y=0$
(E) $3x-4y-8=0$

21. Seja C o centro da circunferência $x^2 + y^2 - 6\sqrt{2}y = 0$. Considere A e B os pontos de interseção desta circunferência com a reta $y = \sqrt{2}x$. Nestas condições o perímetro do triângulo de vértices A, B e C é:

(A) $6\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(B) $4\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(D) $5\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(E) n.d.a.

22. Considere a reta (r) mediatriz do segmento cujos extremos são os pontos em que a reta $2x - 3y + 7 = 0$ intercepta os eixos coordenados. Então a distância do ponto $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{6}\right)$ à reta (r) é:

(A) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{4}{\sqrt{13}}$

(C) $3\sqrt{13}$

(D) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$

(E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

23. Considere um prisma triangular regular cuja aresta da base mede **x** cm. Sua altura é igual ao menor lado de um triângulo ABC inscritível num círculo de raio **x** cm.
Sabendo-se que o triângulo ABC é semelhante ao triângulo de lados 3 cm, 4 cm e 5 cm, o volume do prisma em cm^3 é:

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}x^3$

(B) $\frac{2\sqrt{2}}{5}x^3$

(C) $\frac{3\sqrt{3}}{10}x^3$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{10}x^3$

(E) n.d.a.

24. Seja **V** o vértice de uma pirâmide com base triangular ABC. O segmento AV, de comprimento unitário, é perpendicular à base. Os ângulos das faces laterais, no vértice **V**, são todos de 45 graus. Deste modo, o volume da pirâmide será igual a:

(A) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

(B) $\frac{1}{6}\sqrt{2-\sqrt{2}}$

(C) $\frac{1}{3}\sqrt{2-\sqrt{2}}$

(D) $\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-1}$

(E) n.d.a.

25. Considere a região do plano cartesiano xOy definida pelas desigualdades $x-y\le 1$, $x+y\ge 1$ e $(x-1)^2+y^2\le 2$. O volume do sólido gerado pela rotação desta região em torno do eixo x é igual a:

(A) $\frac{4}{3}\pi$

(B) $\frac{8}{3}\pi$

(C) $\frac{4}{3}(2-\sqrt{2})\pi$

(D) $\frac{8}{3}(\sqrt{2}-1)\pi$

(E) n.d.a.

GABARITO - 89/90

MATEMÁTICA

Professor Zé Ricardo

(1) $f(x)=\frac{1+e^x}{1-e^x} \to f(-x)=\frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}}\times\frac{e^x}{e^x}=\frac{e^x+1}{e^x-1}=$

$=-f(x) \to$ FUNÇÃO ÍMPAR

$g(x)=x.\operatorname{sen}x \to g(-x)=-x.\operatorname{sen}(-x)=-x.(-\operatorname{sen}x)$

$=x.\operatorname{sen}x=g(x)$

$\to$ FUNÇÃO PAR $\to$ (C)

(2) (I) • $f(2)=f(3)=4 \to$ NÃO INJETORA

• $f^{-1}([3,5])=f^{-1}(\{4\})=(1,\infty) \to$ FALSA

(II) • $\nexists x$ tq $f(x)=10 \to$ NÃO SOBREJETORA

• $f^{-1}([3,5])=f^{-1}([2,6])=(1,\infty) \to$ VERDADEIRA

(III) • FALSA (f é NÃO INJETORA)

$\to$ (C)

(3) $f(x)=\frac{2x-3}{x-2}+1=y \leftrightarrow f^{-1}(y)=x$

$\to \frac{2x-3}{x-2}=y-1 \to 2x-3=(y-1)x-2y+2$

$\to (y-1-2)x=2y-3-2$

$\to x=\frac{2y-5}{y-3}$; $y\neq 3 \to$ (E)

(4) • $z^3=i=\operatorname{cis}\frac{\pi}{2} \to z=\operatorname{cis}\left(\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)$; $k=0,1,2$

$\to S_1=\left\{\operatorname{cis}\frac{\pi}{6};\operatorname{cis}\frac{5\pi}{6};\operatorname{cis}\frac{3\pi}{2}\right\}=$

$=\left\{\frac{\sqrt3}{2}+\frac12 i;-\frac{\sqrt3}{2}+\frac12 i;-i\right\}$

• $z^2+(2+i)z+2i=0$

$\to S_2=\{-2,-i\}$

$\to S_1\cap S_2=\{-i\} \to$ (D)

(5) $z=x+yi \to z+1=(x+1)+yi$

$1+|z|=|1+z| \to 1+\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x+1)^2+y^2}$

$\to \cancel{1}+2\sqrt{x^2+y^2}+x^2+\cancel{y^2}=\cancel{x^2}+2x+\cancel{1}+\cancel{y^2}$

$\to \cancel{2}\sqrt{x^2+y^2}=\cancel{2}x \to x\geq 0 \to \operatorname{Re}z\geq 0$

$\to x^2+y^2=x^2 \to y=0$

$\to \operatorname{Im}z=0 \to$ (B)

(6) $p(x)$ do 5º grau $\to$ nº ímpar de raízes reais

coef. reais $\to$ nº par de raízes complexas

$\to$ 3 RAÍZES REAIS: $x_1.a$; x_1; $\frac{x_1}{a}$

• $\cancel{x}x_1.x_1.\frac{x_1}{\cancel{x}}=x_1^3=\frac{1}{64} \to x_1=\frac14$

• $(a+bi)+(a-bi)+\frac78=\frac{78}{16}=\frac{39}{8} \to 2a=4 \to a=2$

• $(a+bi)(a-bi).\frac{1}{64}=\frac{5}{16} \to a^2+b^2=20 \to b=\pm 4$

• $\frac{\alpha}{16}=x_1.x_2.x_3.x_4.x_5\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}\right)$

$\to \frac{\alpha}{16}=\frac{5}{16}\left(4+2+8+\frac{1}{2+4i}+\frac{1}{2-4i}\right)$

$\to \alpha=70+\frac{5(2-4i)+5(2+4i)}{4+16}=71 \to$ (C)

(7) $|\ln(\operatorname{sen}^2x)|=\ln(\operatorname{sen}^2x) \leftrightarrow \ln(\operatorname{sen}^2x)\geq 0$

$\leftrightarrow \operatorname{sen}^2x\geq 1 \to \operatorname{sen}^2x=1$

$\to \operatorname{sen}x=\pm 1 \to x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbb{Z}) \to$ (A)

(8) sendo $3^x=y \to 12y^3-19y^2+8y-1=0$

$x=\frac13$ é RAIZ $\to$

	12	-19	8	-1
1/3	12	-15	3	10

$\to 12y^2-15y+3=0 \to 4y^2-5y+1=0$

$\to y_2=1$ e $y_3=1/4$

$\to 3^{x_1}=\frac13 \to x_1=-1$

$3^{x_2}=1 \to x_2=0$

$3^{x_3}=\frac14 \to x_3=-\log_3 4$ $\to \Sigma x_i=-1-\log_3 4=$

$=-\log_3 3-\log_3 4=$

$=-\log_3 12 \to$ (A)

(9) PG: a_1; a_1e^{-2a}; a_2e^{-4a}

$\to a_1(1+e^{-2a}+e^{-4a})=7$ $\to \frac{e^{-4a}+e^{-2a}+1}{e^{-4a}-1}=\frac73$

$\to a_1(e^{-4a}-1)=3$

$\to 3.e^{-4a}+3.e^{-2a}+3=7e^{-4a}-7$

$e^{-2a}=x \Rightarrow 4x^2-3x-10=0$

$x=2$ ou $x=\cancel{-5/2}$

$\to e^{-2a}=2 \to -2a=\ln 2 \to a=-\ln\sqrt2 \to$ (D)

(10) • $g(x)<1 \to \frac{2x-3}{x-1}<1 \to \frac{2x-3}{x-1}-1<0$

$\to \frac{x-2}{x-1}<0 \to 1<x<2$

• $g(x)>-1 \to \frac{2x-3}{x-1}>-1 \to \frac{2x-3}{x-1}+1>0$

$\to \frac{3x-4}{x-1}>0 \to x<1$ ou $x>4/3$

$\to |g(x)|<1 \to 4/3<x<2 \to fog(x)=1$

$\to$ (E)

(11) $T_{k+1}=C_8^k.(\cos\alpha.x)^{8-k}.\left(\operatorname{sen}\alpha.\frac1x\right)^k=$

$=C_8^k.\cos^{8-k}\alpha.\operatorname{sen}^k\alpha.x^{8-2k}$

$x^0 \leftrightarrow 8-2k=0 \to k=4$

$T_5=C_8^4.\cos^4\alpha.\operatorname{sen}^4\alpha=\frac{35}{8} \to \cancel{70}^{2}.\frac{1}{\cancel{16}_{8}}.\operatorname{sen}^4 2\alpha=\frac{35}{8}$

$\to \operatorname{sen}^4 2\alpha=1 \to 2\alpha=\frac{\pi}{2} \to \alpha=\frac{\pi}{4} \to$ (D)

$0<2\alpha<\pi$

(12) $x=a^2.\operatorname{tg}t+1 \to \operatorname{tg}t=\frac{x-1}{a^2}\geq 0 \to x\geq 1$

$y^2=b^2\sec^2t-b^2 \to \sec^2t=\frac{y^2+b^2}{b^2}=\frac{y^2}{b^2}+1$

$\to \frac{y^2}{b^2}+\cancel{1}=\cancel{1}+\frac{(x-1)^2}{a^4} \to y^2=\frac{b^2}{a^4}(x-1)^2$

$\to y=\pm\frac{b}{a^2}(x-1) \to$ (D)

GABARITO - 89/90

(13) $2\operatorname{sen}(\theta-60°)=\cos(\theta+60°)$

$\rightarrow 2(\operatorname{sen}\theta\cdot\underbrace{\cos 60°}_{1/2}-\underbrace{\operatorname{sen}60°}_{\sqrt{3}/2}\cdot\cos\theta)=\cos\theta\cdot\underbrace{\cos 60°}_{1/2}-\operatorname{sen}\theta\cdot\underbrace{\operatorname{sen}60°}_{\sqrt{3}/2}$

$\rightarrow (2+\sqrt{3})\operatorname{sen}\theta=(1+2\sqrt{3})\cos\theta$

$\rightarrow \operatorname{tg}\theta=\frac{1+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\times\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=-4+3\sqrt{3}\rightarrow a=-4,\ b=3$

$\rightarrow$ (B)

(14) $\det A=\operatorname{sen}^2x-\log_3 10=2(\operatorname{sen}^2x-\log_3 10)$

como $\log_3 10>0\rightarrow \det A<0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\rightarrow$ (C)

(15) • $\det A\neq 0\rightarrow \det A^t\neq 0\rightarrow \det(ABCA)\neq 0$

$\rightarrow \det C\neq 0\rightarrow C$ é INVERSÍVEL

• $\det A\cdot\det B\cdot\det C\cdot\det A=\det A$

$\rightarrow \det C=\frac{1}{\det A\cdot\det B}=\frac{1}{\det(AB)}=\det(AB)^{-1}$

$\rightarrow$ (A)

(16) (I) $\rightarrow$ FALSA (determinado x indeterminado)

(II) $\rightarrow$ FALSA

(III) $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=8 \\ x+y+z=10 \end{cases}\xrightarrow{(-)} x=2\rightarrow y=3\rightarrow z=5$

na 3ª equação: $4\times 2-3+2\times 5=15\neq 14\rightarrow$ FALSA

$\rightarrow$ (E)

(17)

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & a_1+1 & \cdots & a_1+n-1 \\ a_2 & a_2+1 & \cdots & a_2+n-1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n & a_n+1 & \cdots & a_n+n-1 \end{vmatrix}\xrightarrow{(-)}\begin{vmatrix} a_1 & 1 & \cdots & n-1 \\ a_2 & 1 & \cdots & n-1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n & 1 & \cdots & n-1 \end{vmatrix}=$$

$=0\rightarrow$ (E) (exceto para $n=2$)

(18) $\begin{cases} n=2a+1 \\ a=2b+1 \\ b=2c+1 \end{cases}\rightarrow a=4c+3\rightarrow n=8c+7$

o 1º recebeu $a+c=5c+3$

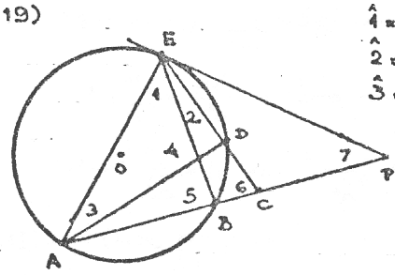
o 2º recebeu $b+c=3c+1$

$\rightarrow \frac{5c+3}{3c+1}=\frac{29}{17}\rightarrow 85c+51=87c+29$

$\rightarrow 2c=22\rightarrow c=11$

$\rightarrow n=85\rightarrow$ (B)

(19)



$\hat{1}=49°\rightarrow \overset{\frown}{AB}=98°$

$\hat{2}=18°\rightarrow \overset{\frown}{BD}=36°$

$\hat{3}=31°\rightarrow \overset{\frown}{DE}=62°$

$\rightarrow \overset{\frown}{EA}=158°$

$\hat{4}=\frac{\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{EA}}{2}=97°$

$\hat{5}=\frac{\overset{\frown}{EA}}{2}=79°$

$\hat{6}=\frac{\overset{\frown}{EA}-\overset{\frown}{BD}}{2}=61°$

$\hat{7}=\frac{\overset{\frown}{EA}-\overset{\frown}{BD}}{2}=27°$

$\rightarrow$ (D)

(20) $\beta:\ \frac{|3x-4y+12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|3x-4y+4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}$

• $3x-4y+12=-(3x-4y+4)$

$\rightarrow 3x-4y+8=0\rightarrow$ (A)

(21) $x^2+y^2-6\sqrt{2}y=0\ \Big|\ y=\sqrt{2}x$

$\rightarrow x^2+2x^2-6\cdot 2x=0$

$\rightarrow 3x^2=12x$

$\rightarrow x_1=0\rightarrow y_1=0$

$x_2=4\rightarrow y_2=4\sqrt{2}$

$\rightarrow P_1P_2^2=16+16\times 2=16\times 3\rightarrow P_1P_2=4\sqrt{3}$

$CP_1=CP_2=R=3\sqrt{2}$

$\rightarrow 2p=6\sqrt{2}+4\sqrt{3}\rightarrow$ (E)

(22) $y_A=0\rightarrow A(-7/2,0)$ $\rightarrow M=\left(-\frac{7}{4},\frac{7}{6}\right)$

$x_B=0\rightarrow B(0,7/3)$

$m_r=3x+2y+k=0\ \therefore\ M\in r\rightarrow -\frac{21}{4}+\frac{7}{3}+k=0$

$\rightarrow k=35/12$

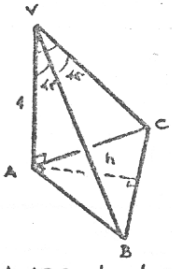
$\rightarrow r: 36x+24y+35=0$

$\rightarrow d=\frac{|19+4+35|}{\sqrt{12\cdot\sqrt{9+4}}}=\frac{48}{12\sqrt{13}}=\frac{4}{\sqrt{13}}\rightarrow$ (B)

(23) $\frac{h}{2x}=\frac{3}{5}\rightarrow h=\frac{6x}{5}$

$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{x^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{6x}{5}=\frac{x^3\sqrt{3}}{10}\rightarrow$ (D)

(24)



Δ VAB e Δ VAC são retângulos isósceles $\rightarrow AB=AC=1$

$VB=VC=\sqrt{2}$

Δ VBC é isósceles $\rightarrow$

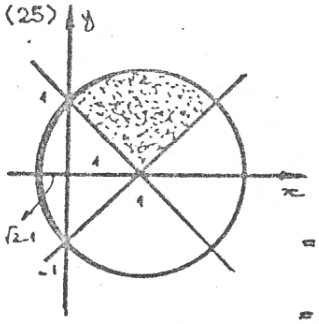
$BC^2=2+2-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=4-2\sqrt{2}$

$\rightarrow BC=\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

Δ ABC é isósceles $\rightarrow h^2=1-\frac{4-2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{4}$

$\rightarrow V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2\sqrt{2}}}{2}\cdot 1=\frac{1}{6}\sqrt{2\sqrt{2}-\sqrt{2}}\rightarrow$ (A)

(25)



$V=V_{esf}-2V_{cone}-2V_{seg}=$

$=\frac{4}{3}\pi\cdot(\sqrt{2})^3-2\cdot\frac{\pi}{3}\cdot 1\cdot 1-$

$-2\cdot\frac{1}{3}\pi(\sqrt{2}-1)^2\cdot(3\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1))$

$=\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}-\frac{2\pi}{3}-\frac{2\pi}{3}(3-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)$

$=\frac{8\pi}{3}\rightarrow$ (B)

obs: $V_{seg}=\frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)$