PRINCIPAIS NOTAÇÕES

$\mathbb{R}$ = conjunto dos números reais;

$\log_a b$ = logaritmo de **b** na base **a;**

$\mathbb{N}$ = conjunto dos inteiros positivos;

$\overline{z}$ = complexo conjugado de z;

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x \leq b\}$;

i = unidade imaginária $\left(i = \sqrt{-1}\right)$;

$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R};\ x \leq b\}$;

det A = determinante da matriz A;

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R};\ a \leq x < b\}$;

A^t = transposta da matriz A;

(a, b) é o par ordenado ou o intervalo aberto, conforme o contexto;

$\binom{n}{r}$ = combinação de n elementos tomados r a r.

1. Seja $A = \left\{\dfrac{(-1)^n}{n!} + \operatorname{sen}\left(\dfrac{n!\,\pi}{6}\right);\ n \in \mathbb{N}\right\}$.

Qual conjunto abaixo é tal que sua intersecção com **A** dá o próprio **A**?

(A) (-∞, -2] ∪ [2, ∞)

(B) (-∞,-2]

(C) [-2, 2]

(D) [-2, 0]

(E) [0, 2)

2. Seja a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} a\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) & \text{se } x < \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{a}{x}\operatorname{sen} x & \text{se } x \geq \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

onde $a > 0$ é uma constante. Considere $K = \{y \in \mathbb{R};\ f(y) = 0\}$. Qual o valor de **a**, sabendo-se que $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) \in K$?

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{2}$ (C) π (D) $\dfrac{\pi^2}{2}$ (E) π^2

3. Uma vez que, para todo $x \geq 1$ e $n \in \mathbb{N}$, vale a desigualdade $x^n > n(x - 1)$, temos como consequência que, para $0 < x < 1$ e $n \in \mathbb{N}$, tem-se:

(A) $x^{n-1} < [n(1 + x)]^{-1}$

(B) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 + x)]^{-1}$

(C) $x^{n-1} < [n^2(1 - x)]^{-1}$

(D) $x^{n-1} < [(n + 1)(1 - x)]^{-1}$

(E) $x^{n-1} < [n(1 - x)]^{-1}$

4. Considere todos os números de cinco algarismos formados pela justaposição de 1, 3, 5, 7 e 9 em qualquer ordem, sem repetição. A soma de todos esses números está entre:

(A) 5×10^6 e 6×10^6

(B) 6×10^6 e 7×10^6

(C) 7×10^6 e 8×10^6

(D) 9×10^6 e 10×10^6

(E) 10×10^6 e 11×10^6

5. Para cada $n \in \mathbb{N}$ temos que:

$$1 - \binom{4n}{2} + \binom{4n}{4} - \ldots - \binom{4n}{4n-2} + 1$$

é igual a:

(A) $(-1)^n.2^{2n}$

(B) 2^{2n}

(C) $(-1)^n .2^n$

(D) $(-1)^{n+1}.2^{2n}$

(E) $(-1)^{n+1}.2^n$

6. Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por 0,3: 0,03: 0,003: ... é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três termos, então a soma dos termos da progressão aritmética vale:

(A) 1/3

(B) 2/3

(C) 1

(D) 2

(E) 1/2

7. Os dados experimentais da tabela abaixo correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

Tempo (s)	Concentração (moles)
1	3,00
2	5,00
3	1,00

(A) 3,60

(B) 3,65

(C) 3,70

(D) 3,75

(E) 3,80

8. A divisão de um polinômio P(x) por $x^2 - x$ resulta no quociente $6x^2 + 5x + 3$ e resto $-7x$. O resto da divisão de P(x) por $2x + 1$ é igual a:

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

9. Sabendo-se que $4 + i\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$ são raízes do polinômio $2x^5 - 22x^4 + 74x^3 + 2x^2 - 420x + 540$, então a soma dos quadrados de todas as raízes reais é:

(A) 17

(B) 19

(C) 21

(D) 23

(E) 25

10. Seja **z** um número complexo satisfazendo $\mathrm{Re}(z) > 0$ e $(z + i)^2 + |\bar{z} + i|^2 = 6$, onde $\bar{z}$ é o conjugado de **z**. Se **n** é o menor natural para o qual z^n é um imaginário puro, então n é igual a:

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

11. Sejam z_1 e z_2 números complexos com $|z_1| = |z_2| = 4$. Se 1 é uma raiz da equação $z_1 z^6 + z_2 z^3 - 8 = 0$ então a soma das raízes reais é igual a:

(A) -1

(B) $-1 + 2^{1/2}$

(C) $1 - 2^{1/3}$

(D) $1 + 3^{1/2}$

(E) $-1 + 3^{1/2}$

12. Se **S** é o conjunto dos valores de a para os quais o sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + (\log_3 a)^2 y + z = 0 \\ 2x + 2y + \left(\log_3 \dfrac{27}{a}\right) z = 0 \end{cases}$$

é indeterminado, então:

(A) $S \subset [-3, 3]$

(B) S é vazio

(C) $S \subset [2, 4]$

(D) $S \subset [1, 3]$

(E) $S \subset [0, 1]$

13. Se **x** é um número real positivo, com $x \neq 1$ e $x \neq \frac{1}{3}$, satisfazendo:

$$\frac{2 + \log_3 x}{\log_{x+2} x} - \frac{\log_x (x + 2)}{1 + \log_3 x} = \log_x (x + 2)$$

então **x** pertence ao intervalo **I**, onde:

(A) $I = \left(0, \frac{1}{9}\right)$

(B) $I = \left(0, \frac{1}{3}\right)$

(C) $I = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$

(D) $I = \left(1, \frac{3}{2}\right)$

(E) $I = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

14. Dizemos que duas matrizes $n \times n$ **A** e **B** são semelhantes se existe uma matriz $n \times n$ inversível **P** tal que $B = P^{-1}AP$. Se **A** e **B** são matrizes semelhantes quaisquer, então:

(A) B é sempre inversível.

(B) se A é simétrica, então B também é simétrica.

(C) B^2 é semelhante a A.

(D) se C é semelhante a A, então BC é semelhante a A^2.

(E) $\det(\lambda I - B) = \det(\lambda I - A)$, onde λ é um real qualquer.

15. Sejam **A** e **B** matrizes reais 3×3. Se tr(A) denota a soma dos elementos da diagonal principal de **A**, considere as afirmações:

[(I)] $tr(A^t) = tr(A)$

[(II)] Se A é inversível, então $tr(A) \neq 0$.

[(III)] $tr(A + \lambda B) = tr(A) + \lambda\, tr(B)$, para todo $\lambda \in \mathbb{R}$.

Temos que:

(A) todas as afirmações são verdadeiras.

(B) todas as afirmações são falsas.

(C) apenas a afirmação (I) é verdadeira.

(D) apenas a afirmação (II) é falsa.

(E) apenas a afirmação (III) é falsa.

16. Três pontos de coordenadas, respectivamente, (0, 0), (b, 2b) e (5b, 0), com b > 0, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:

(A) (– b, – b)

(B) (2b, – b)

(C) (4b, – 2b)

(D) (3b, – 2b)

(E) (2b, – 2b)

17. Uma reta **t** do plano cartesiano **xOy** tem coeficiente angular 2a e tangencia a parábola $y = x^2 - 1$ no ponto de coordenadas (a, b). Se (c, 0) e (0, d) são as coordenadas de dois pontos de **t** tais que $c > 0$ e $c = -2d$, então a/b é igual a:

(A) – 4/15

(B) – 5/16

(C) – 3/16

(D) – 6/15

(E) – 7/15

18. Considere **C** uma circunferência centrada em **O** e raio **2r**, e **t** a reta tangente a **C** num ponto **T**. Considere também **A** um ponto de **C** tal que o ângulo $A\hat{O}T = \theta$ é um ângulo agudo. Sendo **B** o ponto de **t** tal que o segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao segmento $\overline{OT}$, então a área do trapézio **OABT** é igual a

(A) $r^2 (2\cos\theta - \cos 2\theta)$
(B) $2r^2 (4\cos\theta - \operatorname{sen} 2\theta)$
(C) $r^2 (4\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen} 2\theta)$
(D) $r^2 (2\operatorname{sen}\theta + \cos\theta)$
(E) $2r^2 (2\operatorname{sen} 2\theta - \cos 2\theta)$

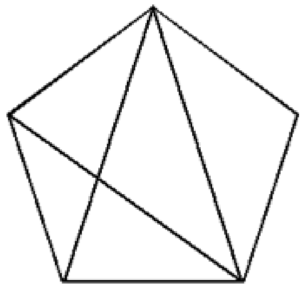
19. A expressão $\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{1+\cos\theta}$, $0 < \theta < \pi$, é idêntica a:

(A) $\sec\dfrac{\theta}{2}$
(B) $\operatorname{cosec}\dfrac{\theta}{2}$
(C) $\operatorname{cotg}\dfrac{\theta}{2}$
(D) $\operatorname{tg}\dfrac{\theta}{2}$
(E) $\cos\dfrac{\theta}{2}$

20. Um dispositivo colocado no solo a uma distância d de uma torre dispara dois projéteis em trajetórias retilíneas. O primeiro, lançado sob um ângulo $\theta \in (0, \pi/4)$, atinge a torre a uma altura **h**. Se o segundo, disparado sob um ângulo 2θ, atinge-a a uma altura **H**, a relação entre as duas alturas será:

(A) $H = \dfrac{2hd^2}{d^2 - h^2}$
(B) $H = \dfrac{2hd^2}{d^2 + h}$
(C) $H = \dfrac{2hd^2}{d^2 - h}$
(D) $H = \dfrac{2hd^2}{d^2 + h^2}$
(E) $H = \dfrac{hd^2}{d^2 + h}$

21. O comprimento da diagonal de um pentágono regular de lado medindo 1 unidade é igual à raiz positiva de:



(A) $x^2 + x - 2 = 0$
(B) $x^2 - x - 2 = 0$
(C) $x^2 - 2x + 1 = 0$
(D) $x^2 + x - 1 = 0$
(E) $x^2 - x - 1 = 0$

22. Um cone circular reto tem altura 12 cm e raio da base 5 cm. O raio da esfera inscrita neste cone mede, em cm:

(A) 10/3
(B) 7/4
(C) 12/5
(D) 3
(E) 2

23. O raio de um cilindro de revolução mede 1,5 m. Sabe-se que a área da base do cilindro coincide com a área da secção determinada por um plano que contém o eixo do cilindro. Então, a área total do cilindro, em m^2, vale:

(A) $\dfrac{3\pi^2}{4}$
(B) $\dfrac{9\pi(2+\pi)}{4}$
(C) $\pi(2+\pi)$
(D) $\dfrac{\pi^2}{2}$
(E) $\dfrac{3\pi(\pi+1)}{2}$

24. Dado um prisma hexagonal regular, sabe-se que sua altura mede 3 cm e que sua área lateral é o dobro da área de sua base. O volume deste prisma, em cm^3, é:

(A) $27\sqrt{3}$ (B) $13\sqrt{2}$ (C) 12 (D) $54\sqrt{3}$ (E) $17\sqrt{5}$

25. Dada uma pirâmide regular triangular, sabe-se que sua altura mede **3a** cm, onde "**a**" é a medida da aresta de sua base. Então, a área total desta pirâmide, em cm², vale:

(A) $\dfrac{\left(a^2\sqrt{327}\right)}{4}$

(B) $\dfrac{\left(a^2\sqrt{109}\right)}{2}$

(C) $\dfrac{\left(a^2\sqrt{3}\right)}{2}$

(D) $\dfrac{\left[a^2\sqrt{3}\left(2+\sqrt{33}\right)\right]}{2}$

(E) $\dfrac{\left[a^2\sqrt{3}\left(1+\sqrt{109}\right)\right]}{4}$

Gabarito

1.	C	**14.**	E
2.	D	**15.**	D
3.	E	**16.**	C
4.	B	**17.**	A
5.	A	**18.**	C
6.	C	**19.**	D
7.	D	**20.**	A
8.	E	**21.**	E
9.	B	**22.**	A
10.	B	**23.**	B
11.	C	**24.**	D
12.	A	**25.**	E
13.	B		